

Uppgifterna lämnas in **fredagen den 20.9 före klockan 14**, till Termofysik-lådan på andra våningen i Physicum.

1. **Partikelsystem.** Antag att det i ett isolerat system finns N partiklar och att systemets totala energi är U . Systemet är sådant, att varje enskild partikel är i ett visst tillstånd som har en viss energi, men energin inte kan anta vilket värde som helst. Istället måste energin vara antingen ϵ_1 , eller ϵ_2 , eller ϵ_3 osv. Partikeln är alltså på en viss energinivå. Låt oss då säga att systemets partiklar har fördelat sig så, att n_1 partiklar befinner sig på den första energinivån med energi ϵ_1 , n_2 på den andra energinivån med energi ϵ_2 osv. Eftersom antalet partiklar är givet, har vi $\sum_i n_i = N$ och eftersom totala energin är konstant, gäller $U = \sum_i n_i \epsilon_i$.

(a) Bestäm Ω .

(b) Betrakta fallet då $N = 7$, och $\epsilon_1 = 0$, $\epsilon_2 = \epsilon$, $\epsilon_3 = 2\epsilon$ osv. Systemet ges en total energi $U = 4\epsilon$. Bestäm systemets alla makrotillstånd samt antalet mikrotillstånd som tillhör varje makrotillstånd.

2. **Medelenergi.** Betrakta ett system som har endast två tillstånd, det ena tillståndet har energin 0 medan det andra tillståndet har energin ϵ . Systemet befinner sig i en omgivning med temperaturen T . Bestäm medelenergin för systemet, och diskutera resultatet för låga och höga temperaturer.

3. **Partitionsfunktion och energi.** En kvantmekanisk harmonisk oskillator har energinivåerna

$$\epsilon_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

(a) Bestäm dess partitionsfunktion samt energi ifall omgivningen har temperaturen T .
Tips: Du kan ha nytta av summaformeln för en geometrisk serie, samt hyperboliska funktionerna.

(b) Om $\hbar\omega = 0.3$ eV, vad är skillnaden i de relativa populationerna för det första exciterade tillståndet ($n = 1$) och grundtillståndet ($n = 0$) då gasen är i termisk jämvikt vid $T = 1000$ K?

4. **Värmekapacitet.** I Boltzmannstatistiken ges medelvärdet av en termodynamisk storhet X av

$$\bar{X} = \sum_s X_s p_s = \frac{1}{Z} \sum_s X_s e^{-\beta E_s}$$

Visa, att (a) $U \equiv \bar{E} = -\frac{d \ln Z}{d\beta}$ samt (b) $C_V = k_B T \left[2 \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V + T \left(\frac{\partial^2 \ln Z}{\partial T^2} \right)_V \right]$