

Kapitel I

Introduktion och första grundlagen

Termofysiken handlar om att studera system bestående av ett stort antal partiklar (atomer, molekyler, ...) i vilka temperaturen spelar en viktig roll

Termofysik
=
Termodynamik
+
Statistisk mekanik

Termodynamik

- ▶ En *fenomenologisk* beskrivning av egenskaperna av makroskopiska system i jämvikt
- ▶ Definiera makroskopiska fysikaliska storheter, sk. **tillståndsvariabler**, som beskriver systemets tillstånd, och har ett entydigt värde vid jämvikt
 - t.ex. P, V, T för gaser; \mathbf{T}, l för kablar; \mathbf{E}, \mathbf{P} för dielektrikum etc.
- ▶ Hitta empiriska relationer mellan tillståndsvariablerna, **tillståndsekvationer**, t.ex.

$$h(P, V, T) = 0 \quad (1)$$

för gaser

- ▶ Oftast behövs endast en fåtal tillståndsvariabler för att beskriva systemet
- ▶ I de flesta fall stämmer tillståndsekvationen överens med experimenten endast för ett begränsat intervall av värden på tillståndsvariablerna, t.ex. den ytterst viktiga **idealgaslagen**

$$PV = Nk_B T \quad (2)$$

ger egentligen noggranna värden endast för monoatomära gaser med låg densitet, hög temperatur och lågt tryck.

- ▶ Ursprungliga motivationen för termodynamiken var att förstå ångmaskiner och hur man kunde effektivisera dem



Aeolipyle, Heron
av Alexandria
(ca. 10-70 e.Kr.)

Statistiska mekaniken

- ▶ Tillämpar statistiska metoder för att studera system som består av ett stort antal partiklar
 - ▶ Uppgift att härleda, utgående från de mikroskopiska egenskaperna av atomer eller molekyler, de makroskopiska egenskaperna för systemet
 - ▶ Ger en förklaring för termodynamiken utgående från den fundamentala atomära (kvant)mekaniska teorin
- ▶ En statistisk beskrivning absolut nödvändig! Omöjligt, och inte heller önskvärt, att följa de ca.

$$N_A \approx 6.02 \cdot 10^{23} \quad (3)$$

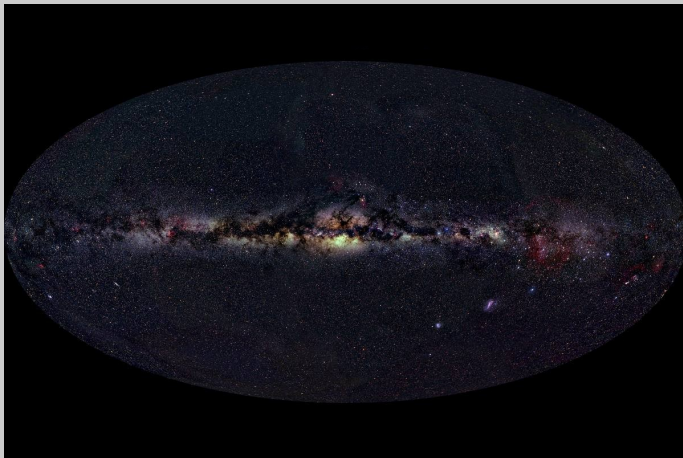
atomerna i ett makroskopiskt system.

- ▶ Termodynamikens grundlagar
 - Temperatur, värme, entropi, ...
- ▶ Termodynamikens statistiska beskrivning
 - Vad är temperatur, entropi, etc. egentligen?
- ▶ Tillämpningar
 - Idealgasen
 - Kylmaskiner, värmepumpar
 - Bensin- och dieselmotorn
 - Faser, fasdiagram
 - Reella gaser
 - B-E och F-D statistik



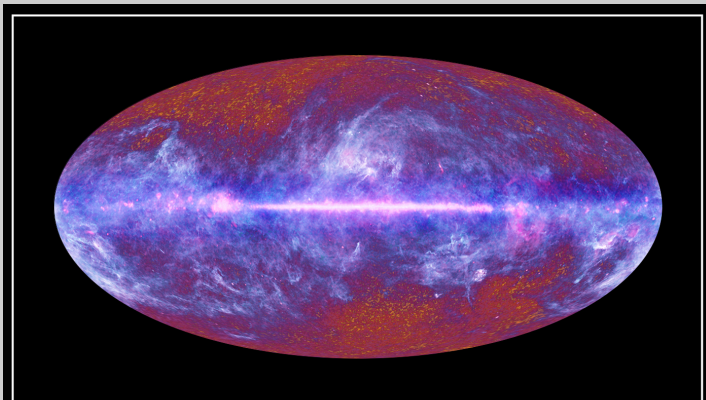
Exempel på B-E statistik: kosmiska bakgrundsstrålningen

- ▶ [Himlavalvet i synligt ljus](#)



Exempel på B-E statistik: kosmiska bakgrundsstrålningen

- ▶ ..och i mikrovågor

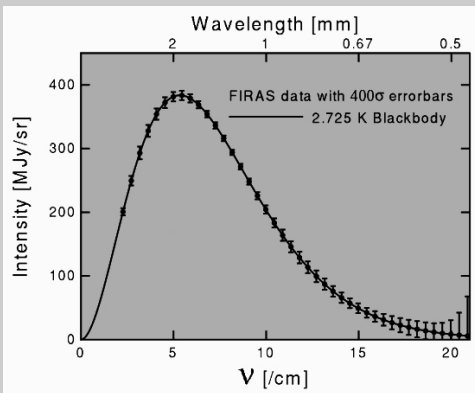


The Planck one-year all-sky survey



(c) ESA, HFI and LFI consortia, July 2010

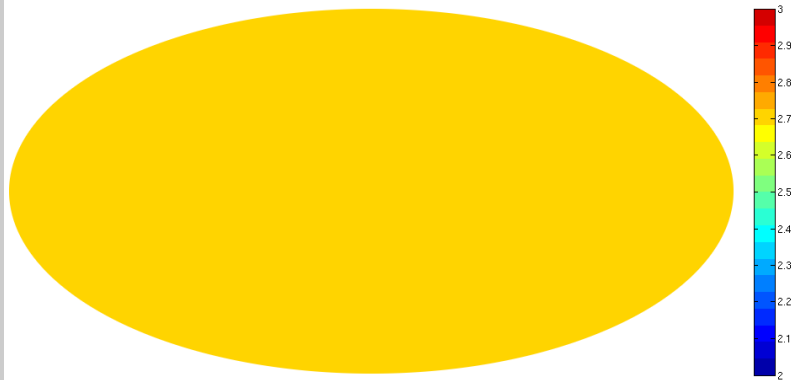
Exempel på B-E statistik: kosmiska bakgrundsstrålningen



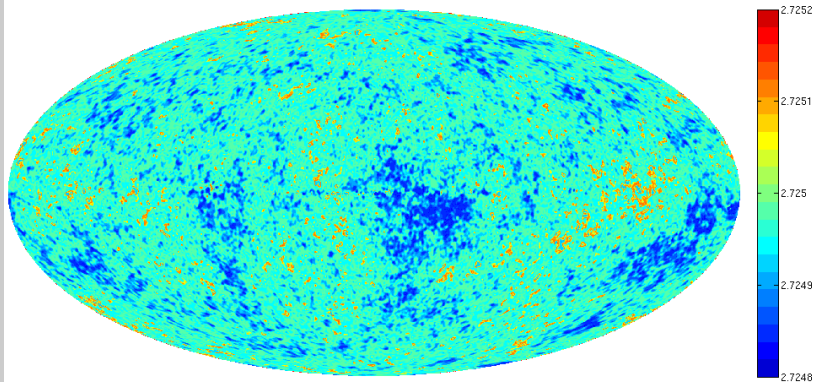
▶ Bakgrundsstrålningen följer spektret för fotongas!

▶ Härleds i Kapitel 7: $dE(\lambda) = \frac{8\pi hcV}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} !!$

Exempel på B-E statistik: kosmiska bakgrundsstrålningen



Exempel på B-E statistik: kosmiska bakgrundsstrålningen



Matematiken som behövs i termofysiken:

- ▶ *Derivering* och *integrering* av funktioner av en variabel
 - Given $f(x)$, beräkna $f'(x)$, $\int dx f(x)$
- ▶ *Differentialen* av en funktion av en variabel
 - Given $f(x)$, beräkna df
- ▶ *Partialderivering* av funktioner av flere variabler
 - Given $f(x, y, \dots)$, beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ etc.
- ▶ Differentialen av funktioner av flere variabler
 - Given $f(x, y, \dots)$, beräkna df
- ▶ Icke-exakta differentialen
 - $\bar{d}f = \dots$

Differentialen

Given en funktion $f(x)$ definieras differentialen av f

$$df(x, \Delta x) \equiv f'(x)\Delta x \quad (4)$$

- ▶ Förkortas oftast df
- ▶ Funktion av *två* variabler
- ▶ Samma räkneregler som derivatan, t.ex. $d(fg) = (df)g + f(dg)$

- ▶ Derivatans ger lutningen av grafen för en funktion av en variabel
- ▶ Hur göra detta för en funktion av flera variabler?
 - En yta har ett oändligt antal tangenter vid varje punkt!

Partialderivatan

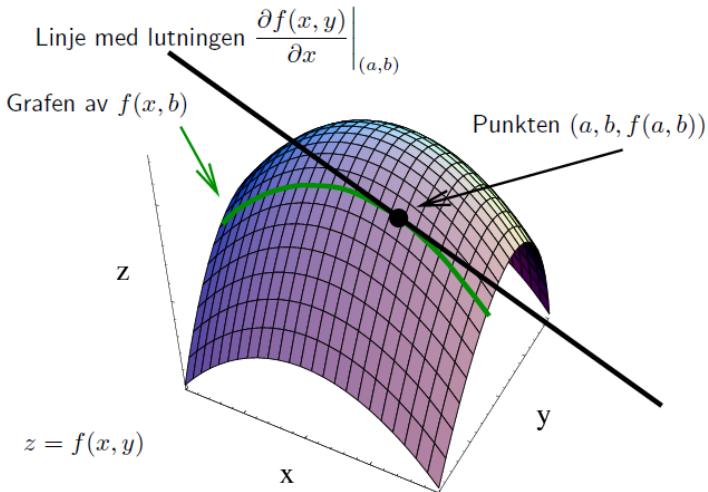
Partialderivatan ger lutningen i en av koordinataxlarnas riktning, t.ex. för en funktion $f(x, y)$ ger

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|_{(a, b)}$$

lutningen av $f(x, y)$ i punkten (a, b) i riktningen av x -axeln. Beräknas som

$$\left. \frac{df(x, b)}{dx} \right|_a$$

dvs. som en vanlig derivering med avseende på x men där y behandlas som en konstant!



- ▶ I uttrycket $\partial f(x, y)/\partial y$ är det klart att x hålls konstant, och skrivs därför ofta helt enkelt $\partial f/\partial y$. I termodynamiken däremot är det kutym att skriva

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x$$

där nedre indexet x berättar de variabler som hålls konstant

- ▶ Orsaken är följande: i matematiken är x och y *oberoende*, medan i termodynamiken är tillståndsvariablerna **inte** oberoende, de är relaterade via en tillståndsekvation. Därmed är det ytterst viktigt att veta vilka variabler som hålls konstanta!
- ▶ Notera också följande: i matematiken kan symbolerna x och y bytas ut med andra (t.ex. χ och v), men detta kan inte göras med tillståndsvariablerna eftersom de representerar fysikaliska storheter! Observera också att

$$E = E(S, V) \text{ och } E = E(N, T)$$

är två **olika** funktioner trots att de representerar samma storhet

Exempel från elementära ellära

Elektriska effekten

$$P = P(I, U) = IU$$

kan också ges, med hjälp av Ohms lag $U = RI$, som

$$P = P(I, R) = RI^2$$

eller också

$$P = P(U, R) = \frac{U^2}{R}$$

Notera alltså att $P(I, U)$, $P(I, R)$ och $P(U, R)$ är alla olika funktioner.

Differentialen för en funktion av flere variabler

- ▶ (Exakta) differentialen df för $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ges av

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_{x_2, x_3, \dots, x_n} dx_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)_{x_1, x_3, \dots, x_n} dx_2 + \dots \quad (5)$$

- ▶ Funktion av $2n$ variabler

Exempel: $P = P(T, V, N)$

$$\Rightarrow dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{V, N} dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{T, N} dV + \left(\frac{\partial P}{\partial N} \right)_{T, V} dN \quad (6)$$

Icke-exakta differentialer

- ▶ I termodynamiken behövs också den *icke-exakta differentialen* $\vec{d}f$
 - betecknas också ofta som δf
- ▶ Till exempel i fallet för två variabler $f(x, y)$ definierar man $\vec{d}f$ som differentialformen

$$\vec{d}f \equiv f_1(x, y) dx + f_2(x, y) dy \quad (7)$$

där f_1 och f_2 är givna funktioner.

- ▶ Man kan visa att i det fall att

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial f_2}{\partial x}\right)_y \quad (8)$$

så är differentialen exakt.

Exakta vs. icke-exakta differentialen

- ▶ Exakta differentialen kan man direkt integrera: t.ex. för $f = f(x, y)$

$$\int_{(a_1, b_1)}^{(a_2, b_2)} df = \int_{(a_1, b_1)}^{(a_2, b_2)} f = f(a_2, b_2) - f(a_1, b_1)$$

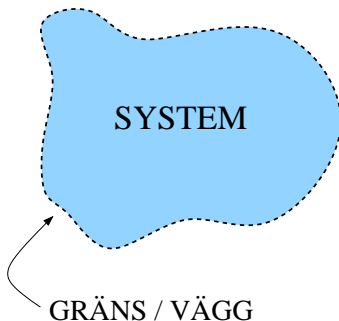
- ▶ Integralens värde beror endast av ändpunkterna, dvs. är *oberoende av vägen* som togs mellan punkterna (a_1, b_1) och (a_2, b_2) !
- ▶ Däremot beror integralens värde av icke-exakta differentialer på vilken väg som man tar mellan integrationspunkterna

Varför måste vi bry oss om detta??!

- ▶ Om en tillståndsvariabel skall kunna fungera som en entydig beskrivning av systemet, måste dess värde vara oberoende av vägen man tog för att komma till den!
- ▶ Dvs. tillståndsvariabler har exakta differentialer!

- ▶ I termofysiken betraktas *system* avgränsade från *omgivningen*
- ▶ Ett system är en godtycklig samling materia vars egenskaper kan entydigt och fullständigt beskrivas av ett antal makroskopiska parametrar

OMGIVNING



Isolerade system

- ▶ Växlarverkar inte med omgivningen
- ▶ Ofta använd teoretisk konstruktion
 - Termosflaska

Slutna system

- ▶ Kan utväxla energi men inte materia med omgivningen
 - Växthus

Öppna system

- ▶ Kan utväxla energi samt materia med sin omgivning
 - Havet

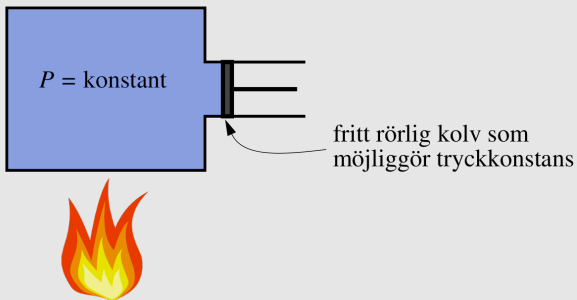
Jämvikt

- ▶ Ett system är i jämvikt med sin omgivning då de makroskopiska variablerna som beskriver systemet inte längre förändras med tiden
 - ▶ Systemet sägs då vara i ett visst *termodynamiskt tillstånd*
 - ▶ Om systemet rubbas från jämviktstillståndet, uppnår det i allmänhet ett jämviktsläge igen efter en typisk tidsperiod, den sk. *relaxationstiden* τ
-
- ▶ Klassiska termodynamiken studerar system som är i jämvikt
 - ▶ Studiet av system som inte är i jämvikt kallas för *icke-jämviktstermodynamik* eller *transportteori*. I dem är tidsberoendet av de makroskopiska variablerna av intresse, t.ex. $\frac{\partial P}{\partial t} = \dots$.
 - ▶ Dessutom studeras ofta system som är i *lokal termodynamisk jämvikt* där de makroskopiska variablerna antar olika värden från punkt till punkt i systemet, t.ex. $P = P(x, y, z, t)$. Transportprocesser strävar att få systemet i *global termodynamisk jämvikt*.

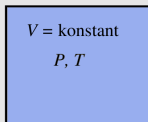
Termodynamisk process

- ▶ En *process* är en förändring av systemet från ett termodynamiskt tillstånd till ett annat
 - t.ex. $(P_1, V_1, T_1) \rightarrow (P_2, V_2, T_2)$

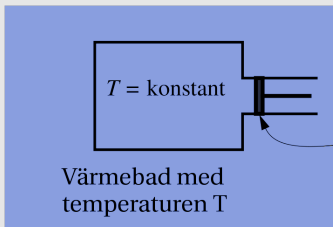
Isobarisk process: P hålls konstant



Isokorisk/isometrisk/isovolymetrisk process: V hålls konstant

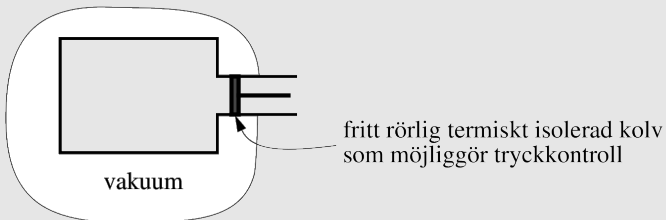


Isotermisk process: T hålls konstant



fritt rörlig kolv som möjliggör tryckkontroll

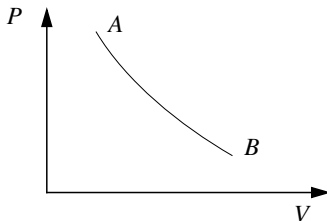
Adiabatisk process: inget värmeutbyte med omgivningen



Reversibel process

- ▶ Låt en process förändra ett system från tillståndet A till tillståndet B . Om man från tillstånd B kan återgå till tillstånd A på så sätt att ingen förändring skett i systemet eller i omgivningen jämfört med ursprungsläget då man var i tillstånd A , är processen *reversibel*
- ▶ En process kan (oftast) fås att gå tillbaka till tillstånd B från att ha varit i tillstånd A , men detta orsakar en permanent förändring av omgivningen. Då är processen $A \rightarrow B$ *irreversibel*
- ▶ Reversibla processer är en idealisation, men kan emuleras om systemet förändras mycket långsamt från A till B , dvs. tiden för processen $t \gg \tau$. Då är varje skede i övergången i jämvikt med omgivningen.

- För reversibla processer kan en kurva mellan tillstånden ritas ut t.ex. i ett PV-diagram

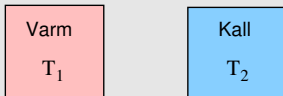


Cyklisk process

- ▶ En *cyklisk* process är en serie av processer med resultatet att systemet återkommer till utgångsläget i slutet av cykeln
 - t.ex. i en fyr-steps process: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$

Vad är temperatur?

- ▶ En varm kropp med temperaturen T_1 och en kallare kropp med temperaturen T_2 : $T_1 > T_2$



- ▶ Försätt systemen i termisk kontakt



- ▶ Vänta tills systemet kommer i jämvikt:



Vad är temperatur?

Temperatur är ett mått på benägenheten för ett system att spontant avge energi till sin omgivning. När två system är i termisk kontakt har det system som spontant förlorar energi en högre temperatur

- ▶ Hur kan man mäta temperatur?

Termodynamikens 0:e huvudsats

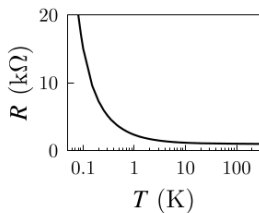
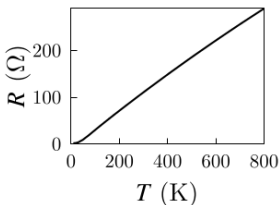
Två system, bägge enskilt i termisk jämvikt med en tredje, är i jämvikt sinsemellan

Hur mäta temperatur?

1. Placera föremålet F vars temperatur man vill få reda på i termisk kontakt med en kropp A och vänta att de kommer till jämvikt
2. A skall ha en egenskap som beror av temperaturen på ett sätt som är väl känt, A är en termometer
3. Om A har kalibrerats med en standardtermometer, garanterar 0:e grundlagen att man får konsistenta resultat

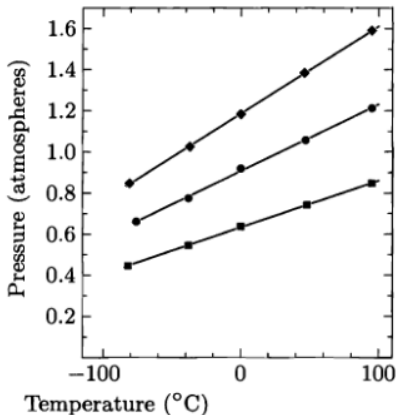
► "0:e grundlagen: termometrar fungerar!"

- ▶ Flesta termometrar utnyttjar materialers (oftast vätskor eller gaser) värmeutvidgning: material upptar (vid samma tryck) en större volym då de är varma
- ▶ Sätt kvicksilver (t.ex.) i en sluten behållare, säg att temperaturen är 0 grader vid vattnets fryspunkt och 100 vid kokpunkten, och dra streck med jämna mellanrum mellan dessa
- ▶ Kunde använda andra egenskaper också, t.ex. elektriska resistansen för nåt material

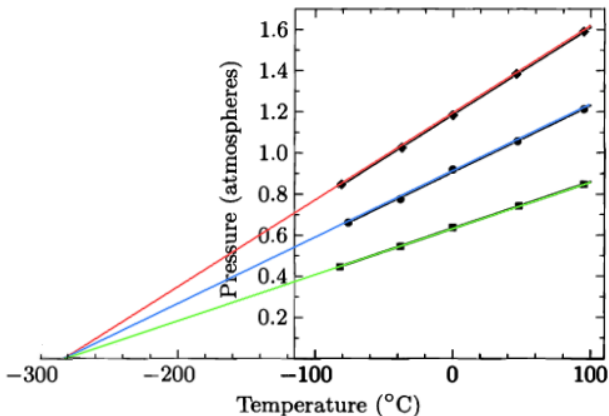


- ▶ Beroendet oftast endast approximativt lineärt med avseende på temperaturen
- ▶ Olika termometrar ger då litet olika temperaturer för t.ex. ljummet vatten
- ▶ Kviksilver övergår till fast form vid låga temperaturer, förångas vid höga
- ▶ Vilken termometer en perfekt standardtemrometer? Behöver en mera fundamental definition på temperatur

- ▶ Om man mäter trycket för en gas i en given volym vid olika temperaturer och med olika mängd gas:

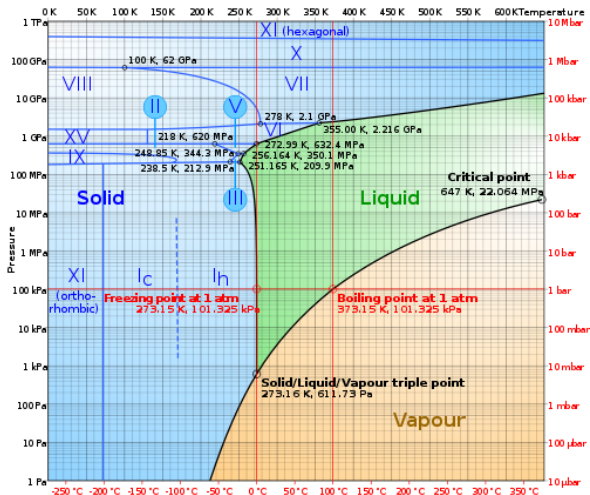


- ▶ Om man mäter trycket för en gas i en given volym vid olika temperaturer och med olika mängd gas:



SI enheten för temperatur: kelvin

- ▶ Absoluta nollpunkten $\equiv 0 \text{ K}$
- ▶ Trippelpunkten vatten-is-ånga $\equiv 273.16 \text{ K}$ ($0.01 \text{ } ^\circ\text{C}$)



Värme

Värme (Q) är energi som spontant överförs från ett system till ett annat p.g.a. en temperaturdifferens mellan systemen

- ▶ Spontant går värmen från en varmare till en kallare kropp
- ▶ Genom att sätta in energi i systemet kan riktningen för värmetflödet ändras
 - Går åt elektricitet att kyla ner maten i frysen
- ▶ Observera ordet "överförs". Även om man kan sätta till eller ta värme från ett system, kan man inte säga att ett system har en viss mängd värme!

Värmekapacitet

Hur mycket värme måste man tillföra för att öka ett systems temperatur med en mängd ΔT ?

Svar: en mängd $\Delta Q = C\Delta T$ där C är *värmekapaciteten*

- ▶ Olika värmekapaciteter beroende på hur värmeöverföringen sker
- ▶ Värmekapacitet vid konstant volym

$$C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V \quad (9)$$

- ▶ Värmekapacitet vid konstant tryck

$$C_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P \quad (10)$$

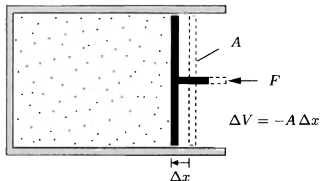
- ▶ Förhållandet $\gamma = C_P/C_V$ kallas för det *adiabatiska indexet*

Arbete

Arbete (W) är en sådan överföring av energi till eller från ett system som inte är värme

- ▶ Till skillnad från värme är energiflödet inte spontant orsakad av en temperaturdifferens, oftast kan en "aktör" finnas som aktivt gör arbete och sätter in energi i systemet, energiöverföringen sker inte automatiskt
- ▶ På samma sätt som med värme kan man inte ange att ett system skulle innehålla en viss mängd arbete
- ▶ Däremot kan man ange hur mycket värme som tillfördes systemet eller hur mycket arbete som utfördes på systemet

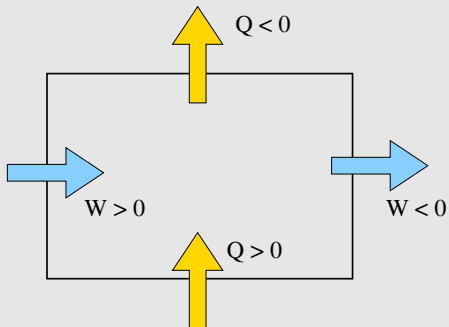
- ▶ En viktig form av arbete är kompressionsarbete



- ▶ $dW = Fdx = PAdx = -PdV$
- ▶ Gäller strikt taget endast för en reversibel förändring (P måste vara väldefinierad vilket kräver jämvikt vid varje infinitesimala förflyttning av kolven)

Teckenkonvention

- ▶ $dW > 0$ arbete utförs **på** systemet
- ▶ $dW < 0$ arbete utförs **av** systemet på omgivningen
- ▶ $dQ > 0$ värme tillförs systemet
- ▶ $dQ < 0$ värme tas ut från systemet

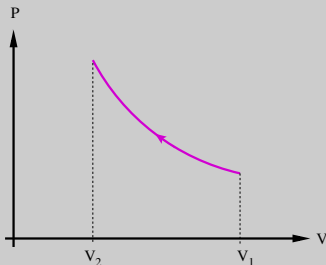


Exempel: Isotermisk compression av en idealgas

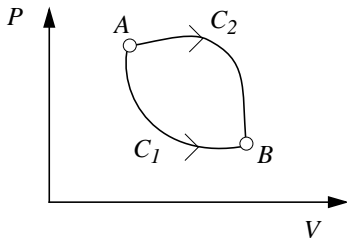
- ▶ Anta, att vi pressar ihop en idealgas i ett slutet system på ett reversibelt sätt och att dess temperatur hålls konstant

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = Nk_B T \ln \frac{V_1}{V_2}$$

- ▶ $V_1 > V_2 \Rightarrow W > 0$ (kompression)
- ▶ $V_2 > V_1 \Rightarrow W < 0$ (expansion)



- ▶ Notera att arbetet beror på den tagna vägen
- ▶ $W_{C_1} = \int_{C_1} dW \neq W_{C_2} = \int_{C_2} dW$
- ▶ Utförda arbetet i en cyklisk process i allmänhet $\neq 0$



- ▶ Energins bevarande är en fundamental princip som i termodynamiken kommer till uttryck i den första grundlagen:

Termodynamikens 1:a grundlag

Energien bevaras och värme och arbete är bägge olika former av energi

- ▶ Systemets + omgivningens totala energi E_{tot} är konstant
- ▶ $\Rightarrow \Delta E_{tot} = 0 = \Delta E_{system} + \Delta E_{omgivning}$
- ▶ $\Rightarrow \Delta E_{system} \equiv \Delta U = -\Delta E_{omgivning}$
- ▶ U kallas för systemets *inre energi*
- ▶ Låt omgivningen avge värme ΔQ till systemet
 - $\Delta U_Q = \Delta Q, \Delta E_{omgivning,Q} = -\Delta Q$
- ▶ Om omgivningen utför arbetet ΔW på systemet
 - $\Delta U_W = \Delta W, \Delta E_{omgivning,W} = -\Delta W$

Termodinamikens 1:a grundlag

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Exempel: slutet $U = U(T, V)$ system

- ▶ $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$
- ▶ $\delta Q = dU - \delta W = dU + PdV$, reversibelt kompressionsarbete
- ▶ ger

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$$C_P = C_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

Exempel: slutna idealgas

- ▶ För idealgaser gäller (detta visas senare)

$$U = \kappa N k_B T$$

där κ är en konstant utan enheter

- ▶ Detta ger följande viktiga resultat:

$$C_V = \kappa N k_B$$

$$C_P = C_V + N k_B$$

$$\gamma = \frac{\kappa + 1}{\kappa}$$

$$dU = C_V dT$$

Exempel: Adiabatisk kompression/expansion av sluten idealgas

- ▶ Adiabatisk process: inget värmeutbyte $\Rightarrow dQ = 0$
- ▶ Från detta samt första grundlagen med reversibelt kompressionsarbete fås

$$TV^{\gamma-1} = \text{konstant} \quad PV^{\gamma} = \text{konstant}$$

