II. Fotonen

Vi kommer i detta kapitel att behandla den allra tidigaste bakgrunden till kvantfysiken, nämligen svartkroppsstrålning och energins kvantisering.

II.1. Svartkroppsstrålning

En så kallad **svartkropp** absorberar all strålning som faller på den, utan att reflektera något. Av denna anledning kallas svartkroppen också för en perfekt absorbator. Den enda strålning som kommer från en svartkropp är dess värmestrålning (temperaturstrålning), som endast beror av temperaturen och därför har en universell matematisk form. Ett exempel på en reell svartkropp är en låda med ett litet hål. Hålet tillåter strålning att komma in i lådan, men förhindrar effektivt (men inte helt och hållet) att strålningen läcker tillbaka ut. Denna låda är naturligtvis inte en alldeles perfekt absorbator, men den är en mycket god approximation. Av denna anledning kallas också svartkroppsstrålningen för **hålrumsstrålning**.

Vi börjar med några allmänna definitioner. **Strålningsemittans** (i enheter av energi per tid och area, eller effekt per area, eller intensitet) definieras som

$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T) d\nu \tag{II.1}$$

där M_ν är **spektralemissivitet**. Notera: $[M] = \mathrm{W/m^2} = \mathrm{J/(m^2 s)}$, så $[M_\nu] = \mathrm{W/(m^2 Hz)} = \mathrm{J/m^2}$.

Enligt Stefan-Boltzmanns lag från 1884 gäller för alla svartkroppar att

$$M^b(T) = \int_0^\infty M_\nu^b(T) d\nu = \sigma T^4 \tag{II.2}$$

där $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/(m^2K^4)$ och indexet b betecknar svartkroppen (*blackbody*).

Tidigare har spektralemissiviteten M_ν uttryckts som en funktion av frekvensen ν och Kelvintemperaturen T. Vi härleder nu spektralemissiviteten som funktion av våglängden λ, $\boxed{\lambda = c/\nu}$:

$$\begin{aligned} M(T) &= \int_0^\infty M_\nu(T) d\nu \\ &= \int_{\infty=c/0}^{0=c/\infty} M_\nu(T) \frac{d\nu}{d\lambda} d\lambda \\ &= -\int_0^\infty M_\nu(T) \left(-\frac{c}{\lambda^2}\right) d\lambda \end{aligned}$$

$$= \frac{c}{\lambda^2} \int_0^\infty M_\nu(T) d\lambda \equiv \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$$

Vi har alltså att spektralemissiviteten som funktion av våglängden är

$$M_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} M_\nu(T) \tag{II.3}$$

Man kan härleda (övningsuppgift) **Wiens förskjutningslag**

$$\lambda_m T = 2,898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Km} \tag{II.4}$$

där λ_m är den våglängd för vilken spektralemissiviteten M_λ är maximal.

Man kan härleda spektralemissiviteten uttryckt med hjälp av den **spektrala energidensiteten** u_ν inne i hålrummet (se Brehm & Mullin):

$$M_\nu(T) = \frac{c}{4} u_\nu(T) \tag{II.5}$$

Notera: $[u_\nu] = \mathrm{Js/m^3}$.

Den totala energidensiteten i hålrummet kan uppskattas med hjälp av den utstrålade som

$$U(T) = \int_0^\infty u_\nu(T) d\nu = \frac{4}{c} \int_0^\infty M_\nu(T) d\nu = \frac{4}{c}\sigma T^4 = aT^4 \tag{II.6}$$

I vilken form förekommer denna energi? Vi minns att en svartkropp under lämpliga förhållanden kan betraktas som ett hålrum – som inte är något mer än en volym innesluten av ett skal. I ett sådant hålrum kan man generera **stående elektromagnetiska vågor**, i vilka energi kan lagras.

I detta fall kan energidensiteten skrivas

$$u_\nu(T) = \frac{N_\nu}{V} \langle \epsilon_\nu \rangle \tag{II.7}$$

där N_ν är totalantalet moder (stående vågor) med medelenergin $\langle \epsilon_\nu \rangle$ per mod, i volymen V. I de två följande sektionerna kommer vi att härleda N_ν och $\langle \epsilon_\nu \rangle$.

II.2. Stående elektromagnetiska vågor

Vi antar att vår svartkropp (lådan med ett litet hål i) är en ihålig kub med kanten L. Villkoret för en godtycklig, tredimensionell stående våg kan splittras upp i tre villkor, nämligen stående endimensionella vågor i de tre riktningarna x, y och z. Notera: $\boxed{k = 2\pi/\lambda}$.

I en dimension:

$$\frac{1}{2}\lambda = L, \quad \text{första moden} \tag{II.8}$$

$$\lambda = L, \quad \text{andra moden} \tag{II.9}$$

$$\frac{3}{2}\lambda = L, \quad \text{tredje moden} \tag{II.10}$$

$$\ldots \tag{II.11}$$

För en given mod med indexet n, våglängden λ, frekvensen nu och vågvektorn k har vi nu

$$n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2L}{c}\nu = \frac{L}{\pi}k, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{II.12}$$

Allmänt i tre Cartesiska dimensioner:

$$n_i = \frac{L}{\pi}k_i, \quad i = 1, 2, 3 \tag{II.13}$$

En godtycklig tredimensionell stående våg (en mod för hålrummet) har då vågvektorn

$$k = |\mathbf{k}| = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2} = \frac{\pi}{L}\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} = \frac{\pi}{L}n = \frac{\pi}{L}|\mathbf{n}| \tag{II.14}$$

Varje punkt $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ i det abstrakta n-rummet svarar mot en mod med vågvektorn $\mathbf{k}$ i hålrummet.

Energin för en mod beror på vågvektorns storlek $k = |\mathbf{k}| = (\pi/L)n$, inte dess riktning. Det finns många punkter (n_1, n_2, n_3) i n-rummet som alla ger samma n-värde. Alla dessa punkter ligger på en sfäriskt yta med radien n. Eftersom $n_1, n_2, n_3 \geq 0$ är arean av denna sfäriska yta $1/8 \times 4\pi n^2$.

Totalantalet moder kan nu skrivas

$$\begin{aligned} N_{\text{tot.mod.}} &= \sum_{\nu} N(\nu) \Rightarrow \int d\nu N(\nu) \\ &= \sum_{n} \frac{1}{8} 4\pi n^2 \Rightarrow \int dn \frac{1}{8} 4\pi n^2 \end{aligned} \tag{II.15}$$

I differentialform har vi alltså

$$N(\nu)d\nu = \frac{1}{8}4\pi n^2 dn \tag{II.16}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{L^3k^2}{2\pi^2}dk \\ &= \frac{L^3 4\pi^2\nu^2}{2\pi^2c^2}\frac{2\pi}{c}d\nu = \frac{4\pi L^3\nu^2}{c^3}d\nu \end{aligned} \tag{II.17}$$

då $\lambda = c/\nu = 2\pi/k$ ger $k = 2\pi\nu/c$. Vi skriver $L^3 = V$ och beaktar att vi har två oberoende polarisationsriktningar (frihetsgrader) för de elektromagnetiska vågorna.[1] Vi erhåller slutligen

$$N_\nu = \frac{8\pi V}{c^3}\nu^2 \tag{II.18}$$

som antalet moder i hålrummet.

[1] En godtycklig vågs polarisation är en linjärkombination av två grundläggande ortogonala polarisationer.

Rayleigh-Jeans antog att varje mod hade medelenergin $2 \cdot \frac{1}{2}kT = kT$ (enligt ekvipartitionsprincipen), då den har två frihetsgrader (två polarisationsriktningar). k är Boltzmanns konstant, som har det ungefärliga värdet $1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K. Vi erhåller den spektrala energidensiteten i hålrummet som

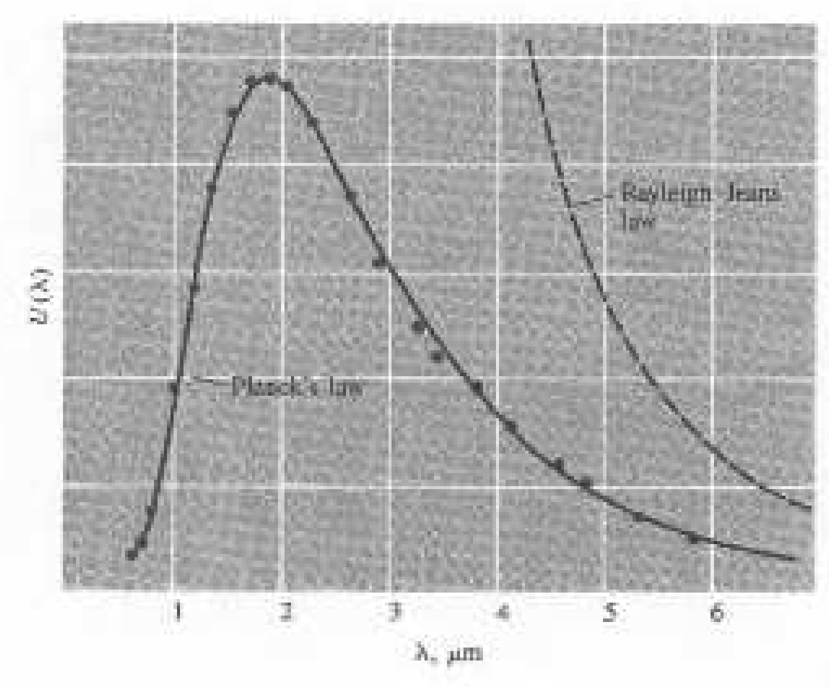
$$u_\nu = \frac{N_\nu}{V} \langle \epsilon_\nu \rangle = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2 kT \tag{II.19}$$

Den spektrala emissiviteten $M_\nu(T)$ blir enligt ekvation II.5

$$\frac{2\pi}{c^2}\nu^2 kT \tag{II.20}$$

Ekvation II.19 är Rayleigh-Jeans lag. Problemet med denna är att den anger att antalet moder växer med frekvensen. T.ex. borde svartkroppen innehålla oändligt antal moder med oändligt hög frekvens (noll våglängd) . . . Detta kallas för **den ultravioletta katastrofen**. Det fysikaliskt mera rimliga är att antalet moder sjunker mot noll då frevensen stiger över alla gränser.

Med andra ord måste Rayleigh-Jeans lag på sin höjd gälla bara för små värden på frekvensen ν.



Figur 1: Svartkroppsstrålningens fördelning enligt Plancks och Rayleigh-Jeans lagar.

II.3. Kvanthypotesen

Då energierna ϵ fördelar sig på olika diskreta frekvenser $\nu_n, n = 0, 1, 2, \ldots$ enligt en fördelning $f(\epsilon)$ kan man beräkna medelenergin $\langle\epsilon\rangle$ som

$$\langle\epsilon\rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n f(\epsilon)}{\sum_{n=0}^{\infty} f(\epsilon)} \tag{II.21}$$

Max Planck föreslog att moderna i hålrummet har en **kvantiserad** energi enligt

$$\epsilon_n = nh\nu = n\hbar\omega, \quad n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\} \tag{II.22}$$

där h är en konstant som kallas **Plancks konstant** och som har det ungefärliga värdet $6,63 \cdot 10^{-34}\mathrm{Js}$. Notera: $\boxed{\hbar = h/(2\pi)}$ och vi definierade **vinkelfrekvensen** $\boxed{\omega = 2\pi\nu}$.

Som fördelningsfunktionen $f(\epsilon)$ väljer vi den kanoniska (NVE) ensemblens fördelningsfunktion:

$$f(\epsilon) = e^{-\epsilon n/kT} = e^{-nh\nu/kT} \tag{II.23}$$

Insättning i ekvation (II.21) ger

$$\begin{aligned}
\langle\epsilon\rangle &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}} \\
&= kT\frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nh\nu}{kT} e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}} \\
&= kT\frac{x\sum_{n=0}^{\infty} ne^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} \\
&\equiv kTx\frac{-\frac{dS_G(x)}{dx}}{S_G(x)}
\end{aligned}$$

där $x = h\nu/kT$ och

$$S_G(x) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \ldots = \frac{1}{1-e^{-x}} \qquad \text{(II.24)}$$

(geometrisk serie, faktorn e^{-x} är < 1, så serien konvergerar)

som ger

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad \text{(II.25)}$$

Vi kan nu skriva uttrycket för hålrummets energidensitet som

$$u_\nu = \frac{N_\nu}{V} \langle \epsilon_\nu \rangle = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad \text{(II.26)}$$

Detta är **Plancks lag**. Wiens och Stefan-Boltzmanns lagar kan härledas från denna. Se övningsuppgifterna.

II.4. Den fotoelektriska effekten

När ljus med en frekvens som ligger över ett visst tröskelvärde träffar till exempel en metallyta, så frigörs elektroner från ytan. Detta fenomen kallas för den **fotoelektriska effekten** (fotoeffekten).

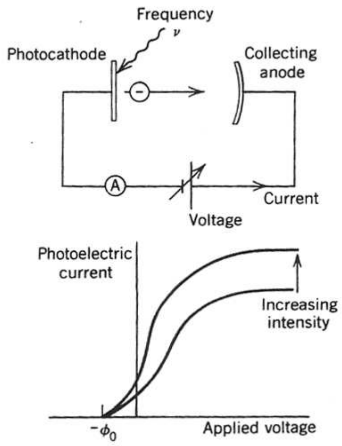
Fotoeffekten upptäcktes år 1887 av bland andra Heinrich Hertz. Einstein gav den teoretiska förklaringen till fenomenet år 1905. Enligt Einstein uppträder ljuset vid den fotoelektriska effekten som en ström av partiklar. Dessa partiklar döptes till **fotoner**.

Energibalansen då en foton träffar metallytan kan skrivas som

$$h\nu = W_0 + K_{\max} \qquad \text{(II.27)}$$

där W_0 är **utträdesarbetet**. Detta är den minsta energimängd som behövs för att få ut en elektron ur materialet i fråga. $K_{\max} = 1/2mv_{\max}^2$ är den största möjliga kinetiska energi som elektronen kan få i denna process.

Om den belysta metallplattan finns inne i ett evakuerat rör som man kan pålägga en spänning ϕ_0 så kan $K_{\max}$ bestämmas från villkoret $K_{\max} = e\phi_0$. Spänningen ϕ_0 som bromsar upp elektronerna kallas även för spärrspänning.



Figur 2: Den fotoelektriska strömmen som funktion av den pålagda spännigen ϕ_0

II.5. Röntgenstrålning

Det finns två typer av röntgenstrålning, kontinuerlig (**bromsstrålning**) och diskret (**karakteristisk**) strålning. Kontinuerlig röntgenstrålning avges vid jämn inbromsning, och beror av att en accelererande eller deaccelererande laddning avger strålning. Diskret strålning förekommer i samband med elektronövergångar i atomen.

Låt oss ta ett röntgenrör för att illustrera. Elektroner avges från katoden och accelereras mot anoden med en spänning ϕ_0. Inne i anodmaterialet bromsas elektronerna gradvis upp och energin avges i form av bromsstrålning, vilken bildar ett kontinuerligt spektrum.

Då elektronen avger sin sista kvarvarande kinetiska energi — i form av en foton — gäller

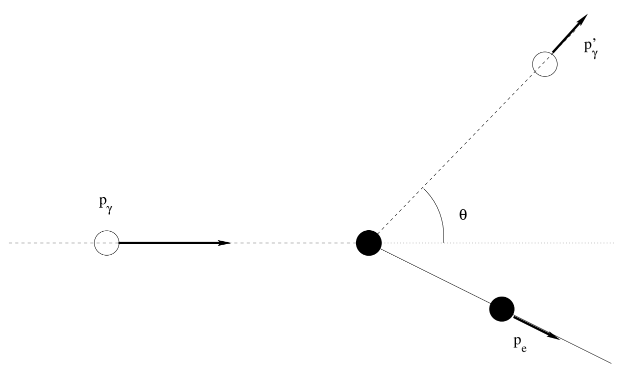
$$e\phi_0 = K_e = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \tag{II.28}$$

Detta förklarar varför det finns en *minimal våglängd i spektret från ett röntgenrör.*

Varför är då inte hela spektret diskret, om elektronerna alltid förlorar sin energi i diskreta paket? Notera att (1) spektret är ett medeltal för många elektroner, inte bara en elektron, och (2) under inbromsningen kan elektronerna fritt avge energi i olika processer (kollisioner med varandra, växelverkan med andra elektroners fotoner, etc).

II.6. Comptoneffekten

Situationen: En foton kommer in mot en elektron i vila och växelverkar med denna. Fotonen sprids och elektronen får sig en knuff i en viss riktning. (Egentligen förklarar man Comptoneffekten så, att en foton absorberas och en annan emitteras i växelverkningsprocessen.)



Figur 3: Comptonspridning.

Då kollisionen är elastisk bevaras energin och rörelsemängden. Fotonen har vilomassan 0, så formeln för relativistisk energi $\boxed{E^2 = p^2c^2 + m^2c^4}$ ger

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} \tag{II.29}$$

Hela kollisionen är elastisk vilket betyder att energin och rörelsemängden bevaras. För fotonen är dock kollisionen inelastisk, då energin i allmänhet inte bevaras separat för fotonen.

---

1. Vi skriver rörelsemängdens bevarande som

$$\mathbf{p}_\gamma + \mathbf{0} = \mathbf{p}'_\gamma + \mathbf{p}_e \tag{II.30}$$

Omgruppering och kvadrering ger

$$p_\gamma^2 - 2\mathbf{p}_\gamma \mathbf{p}'_\gamma + p_\gamma'^2 \quad = \quad p_e^2 \tag{II.31}$$

$$\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\theta + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 \quad = \quad \frac{E_e^2}{c^2} - m_e^2c^2 \tag{II.32}$$

så att

$$h^2\nu^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\theta + h^2\nu'^2 + m_e^2c^4 = E_e^2 \tag{II.33}$$

---

2. Energins bevarande kan skrivas som

$$h\nu + m_ec^2 = h\nu' + E_e \tag{II.34}$$

Omgruppering och kvadrering ger

$$h^2(\nu - \nu')^2 + 2h(\nu - \nu')m_ec^2 + m_e^2c^4 \quad = \quad E_e^2 \tag{II.35}$$

Insättning i ekvation (II.33) ger

$$\begin{aligned} & h^2\nu^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\theta + h^2\nu'^2 + m^2c^4 \\ = \quad & h^2(\nu^2 - 2\nu\nu' + \nu'^2) + 2h(\nu - \nu')m_ec^2 + m_e^2c^4 \end{aligned} \tag{II.36}$$

$\Rightarrow$

$$-2h^2\nu\nu'\cos\theta = -2h^2\nu\nu' + 2h(\nu - \nu')m_ec^2 \tag{II.37}$$

$\Rightarrow$

$$h\nu\nu'\cos\theta = h\nu\nu' - (\nu - \nu')m_ec^2 \tag{II.38}$$

$\Rightarrow$

$$h\nu\nu'(1 - \cos\theta) = (\nu - \nu')m_ec^2 \tag{II.39}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu\nu'} = \frac{h}{m_ec^2}(1 - \cos\theta) \tag{II.40}$$

Vi erhåller slutligen

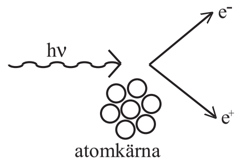
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_ec}(1 - \cos\theta) \tag{II.41}$$

Detta är **Comptons formel** för en spridning av en foton från en elektron. λ är våglängden för den inkommande fotonen och λ' våglängden för den spridda. Uttrycket $h/(m_ec)$ kallas för **Comptonvåglängden**.

II.7. Parbildning

Högenergetisk EM-strålning (t.ex. γ-strålning) förekommer i den kosmiska strålningen, men den produceras även i olika kärn- och partikelreaktioner. Relativitetsteorin visar att energi kan omvandlas till materie och experimentellt har man funnit att högenergetisk γ-strålning i närheten av fältet av en kärna kan övergå i materie och antimaterie. Denna process hade även en stor betydelse vid uppkomsten av materien i ett tidigt skede av universums utveckling.

Not: Energins och rörelsemängdens konservering kräver närvaron av en massiv partikel, därför behövs t.ex. en atomkärna i detta fall. Detta hänger samman med att man måste kunna göra en koordinattransformation till ett vilosystem. Eftersom fotonen inte har en en vilomassa kan denna inte ensam möjliggöra en dylik transformation.



Figur 4: Parbildning nära en atomkärna.

Det lättaste paret av partikel (materie) - antipartikel (antimaterie) som kan bildas är ett elektron (e^-) - positron (e^+) - par. [2] Positronen har samma massa som elektronen, $m_{e^-} = m_{e^+}$. Tröskelenergin för denna reaktion är $2m_ec^2 = 1,022$ MeV.

Vi kan energetiskt studera parbildningen med en relativistisk beräkning. En foton med energin $h\nu$ ger uppkomst till en elektron och en positron; till detta krävs energin $2m_ec^2$. överskottsenergin går till partiklarnas kinetiska energi K_- och K_+. Vi får

$$h\nu = K_- + K_+ + 2m_ec^2 \tag{II.42}$$

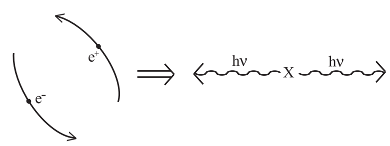
Vid tröskelenergin ($K_- = K_+ = 0$) har strålningen frekvensen $\nu_{\min} = 2m_ec^2/h$. Motsvarande våglängd är

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{\nu_{\min}} = \frac{h}{2m_ec} \tag{II.43}$$

Parbildningen är den dominerande effekten vid växelverkan mellan en foton och materie vid fotonenergier över 5 MeV.

[2] Positronen upptäcktes år 1932 av C.D.Anderson i den kosmiska strålningen.

Då en elektron möter en positron bildar de för en kort stund ett bundet system, **positronium** med livstiden 10^{-10} s. Efter detta annihilerar elektronen och positronen varandra och två fotoner utsänds i motsatta riktningar (rörelsemängden måste ju bevaras).



Figur 5: Annihilation

Fotonernas enskilda energier är

$$h\nu = \frac{2m_ec^2}{2} = \frac{1,022 \text{ MeV}}{2} = 511 \text{ keV} \tag{II.44}$$

II.8. Strålningens växelverkan med materien

Elektromagnetisk strålning växelverkar med materia på olika huvudsakliga sätt. Den kan ge upphov till (1) Rayleighspridning (elastisk för fotonerna), (2) Comptonspridning (generellt inelastisk för fotonerna), (3) fotoelektrisk effekt, och (4) parbildning. Vid låga energier för den inkommande strålningen (lång väglängd) dominerar Rayleighspridning, och vid höga dominerar parbildning.

Tvärsnittet uttrycker sannolikheten för en reaktion och kan jämföras med en träffyta som beror av såväl den inkommande strålningen (dess våglängd) som det bestrålade ämnet. Exempelvis kan antalet fotoelektriska effekter i ett ämne uttryckas som

$$N_F = \sigma_F I n \tag{II.45}$$

där $I \propto$ antalet fotoner i den inkommande strålen och $n \propto$ antalet atomer i ämnet. Tvärsnittet σ_F varierar med ämnet, och är i huvudsak beroende av atomnumret (antalet elektroner).

Vi härleder ett uttryck för intensiteten I som beroende av djupet x i ett visst material beskrivet av den konstanta densiteten ρ. Antalet atomer av ämnet i en tunn skiva med bredden dx är proportionellt mot ρdx. Antalet reaktioner som inträffar i denna skiva är

$$[\text{tvärsnitt}]\ [\text{antal fotoner}]\ [\text{antal atomer}] \propto \sigma I(x)\rho dx \tag{II.46}$$

Antalet fotoner i strålen minskar, då de sprids och reagerar med ämnets atomer. Förlusten (därav minustecknet) är direkt relaterad till antalet reaktioner:

$$dI = -\sigma I \rho dx \tag{II.47}$$

Differentialekvationen är trivialt separerbar:

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\int_0^x \sigma\rho dx \tag{II.48}$$

Antagandet om konstant densitet gör att vi kan plocka ut $\sigma\rho$ från under integrationstecknet.

Vi erhåller

$$I = I_0 e^{-\sigma\rho x} \equiv I_0 e^{-\mu x} \equiv I_0 e^{-x/\Lambda} \tag{II.49}$$

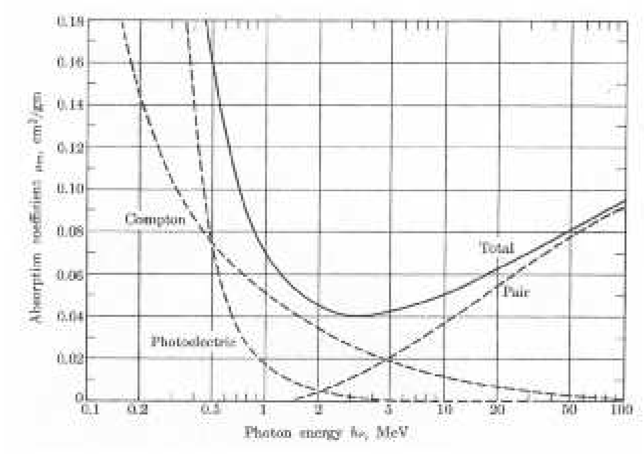
där I_0 är intensiteten vid ämnets yta (den inkommande strålningens intensitet), $\mu = \sigma\rho$ ämnets **massabsorptionskoefficient**, och $\Lambda = 1/(\sigma\rho)$ ämnets **attenuationsfaktor**.

Storheter som Λ definieras typiskt utifrån differentialekvationen enligt följande princip:

$$\frac{dI}{I} = -\sigma\rho dx = -\frac{dx}{\Lambda} \tag{II.50}$$

Notera att detta innebär att Λ avser det avstånd x^* från ytan då I sjunkit med en faktor $1/e$, d.v.s. från I_0 till $I_0 e^{-1}$:

$$I_0 e^{-x^*/\Lambda} = I_0 e^{-1} \tag{II.51}$$



Figur 6: Den totala massabsorptionskoefficienten $\mu = \sigma\rho$ för γ-strålningens absorption i bly.

Uppgifter

[1] Beräkna hur stor strålningseffekt från Solen som når Jorden, Solens totala utstrålade energi samt Solens temperatur. Följande data ges

$$\begin{aligned} S &= 1350\mathrm{W/m^2} && \text{solkonstanten} \\ r_J &= 6,37 \times 10^6\mathrm{m} && \text{Jordens radie} \\ R &= 1,5 \times 10^{11}\mathrm{m} && \text{Jordbanans radie} \\ r_S &= 6,96 \times 10^8\mathrm{m} && \text{Solens radie} \end{aligned}$$

Vid vilken våglängd kan man förvänta sig toppen i Solens energispektrum? (B & M 2.2).

[2] Uppskatta antalet fotoner som emitteras per sekund från en 100 W lampa genom att anta att ljusets våglängd har medelvärdet 500 nm. På vilket avtsånd från källan är fotonflödet 100 fotoner per sekund och kvadratcentimeter? (B & M 2.16).

[3] Härled Wiens förskjutningslag $\lambda_{max}T = konstant$ ur Plancks lag samt ange ett värde för konstanten.

[4] Härled Stefan-Boltzmanns lag för den utsrålade intensiteten $M(T) = \sigma T^4$ utgående från

Plancks lag. Här bör man beakta att den energidensitet u_ν som anges i Plancks lag gäller för energidensiteten inne i en kavitet. Sambandet mellan den utstrålade totala intensiteten och energin inne i kaviteten är $M = \frac{c}{4}U$. Vid integreringen behövs integralen $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x-1} = \frac{\pi^4}{15}$. Beräkna även konstanten σ.

[5] Strålningen fråen svart kropp med temperaturen 500 K träffar en metallyta, vars utträdesarbete är 0,214 eV. Bestäm vid vilken våglängd strålningsspektret har sitt maximum samt beräkna den längsta våglängd som förmår lösgöra fotoelektroner från metallytan. Vilken andel av svartkroppsstrålningens totala emittans $M(T)$ har en möjlighet att producera fotoelektroner från metallytan? Visa även uträkningen som en dimensionslös integral över Planckfördelningen. (B & M 2.19).

[6] Med en ultraviolett ljuskälla med effekten 40 W och våglängdn 248 nm belyses en magnesiumyta 2 m från källan. Bestäm antalet fotoner som emitteras från källan per sekund och det antal som per ytenhet och sekund trffar Mg-ytan. Magnesiumet har uttrdesarbetet 3,68 eV. Beräkna den kinetiska energin hos de snabbaste elektronerna som emitteras från ytan. Bestäm även den högsta våglngden med vilken fotoelektroner kan emitteras från magnesium. (B & M 2.18).

[7] En γ-stråle med våglangden 0,0062 nm träffar en elektron i vila. Elektronen får vid växelverkan rekylenergin 60 keV. Vilken energi (i keV) har den spridda γ-strålen och i vilken riktining rör den sig? (B & M 2.21).