HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

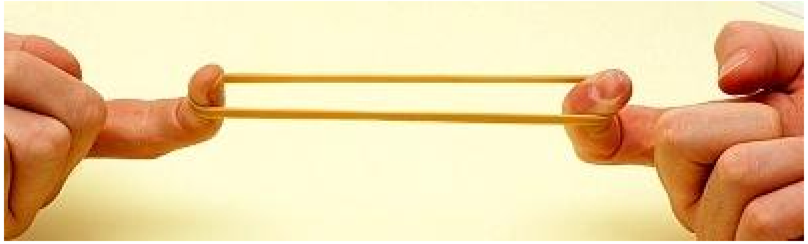
530117 Materialfysik vt 2010

7. Fasta ämnens mekaniska egenskaper
7.1 Elasticitet

[Callister; elasticitet även från Kittel och bilder från Ashcroft-Mermin]

7.1. Grund-definitionerna

- Elasticitet: icke-bestående, reversibel deformation av material
  - Minnesregel: elastiskt gummiband

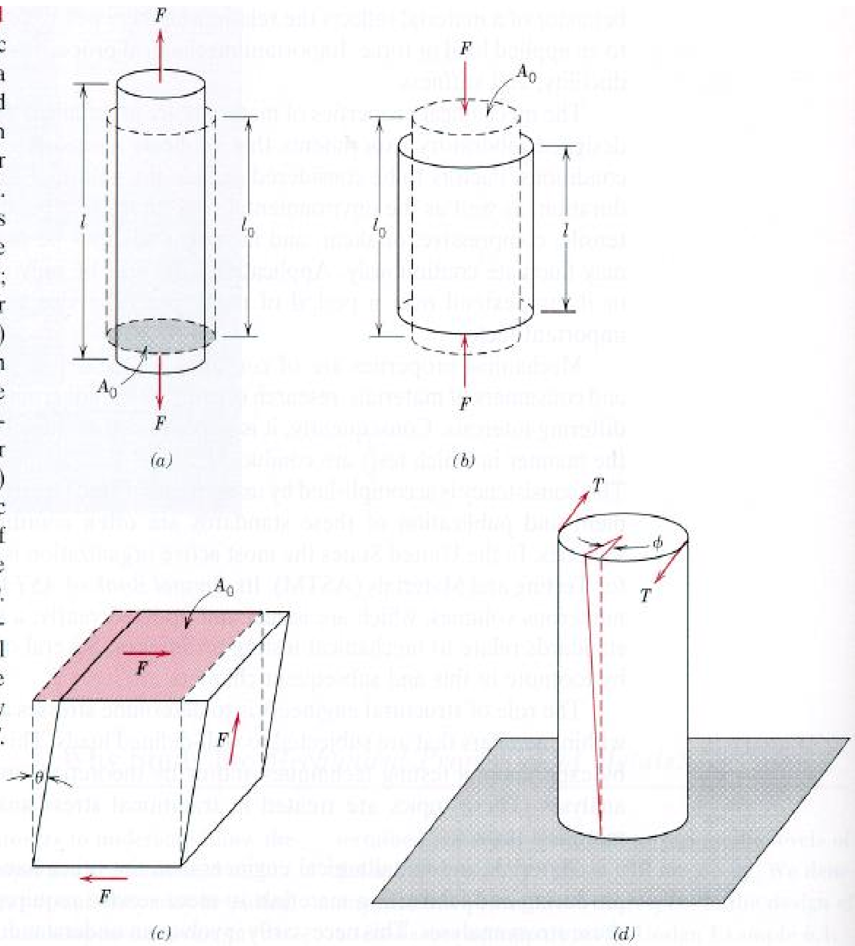


- Plasticitet: bestående, ickereversibel deformation av material
  - Minnesregel: modelllera

7.1.1 Makroskopisk elasticitet

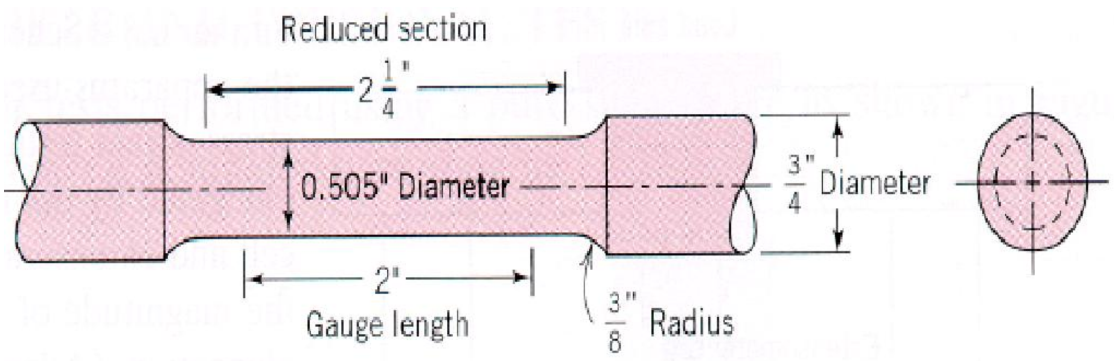
- Olika sätt att mäta elasticitet illustreras i bilden till höger
- a) töjning
- b) kompression
- c) skjuvning
- d) torsion/vridning

FIGURE 6.1 (*a*) Schematic illustration of how a tensile load produces an elongation and positive linear strain. Dashed lines represent the shape before deformation; solid lines, after deformation. (*b*) Schematic illustration of how a compressive load produces contraction and a negative linear strain. (*c*) Schematic representation of shear strain γ, where $\gamma = \tan\theta$. (*d*) Schematic representation of torsional deformation (i.e., angle of twist ϕ) produced by an applied torque T.



Dragprov

- Ett mycket allmänt använt sätt att mäta elasticitet är med så kallade ***dragprov***, även kallat ***sträckprov*** (eng. ”tensile test”)
- Provena ser ut på följande sätt:

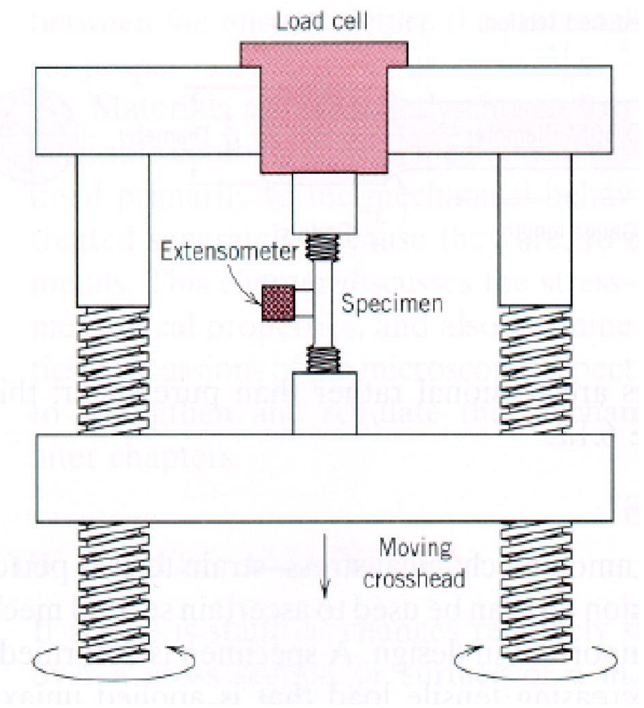


där det är viktigt att förstå att detta är alltså formen *före* utdragning!

- Dessa har vissa vanliga standardmått: det kanske vanligaste är 2 tum för mätlängden (”gauge length”) och diametern ungefär 0.5 tum

Dragprov

- Att dra ut ett dylikt prov görs med maskiner som till sin grundprincip är mycket enkla
- Uttöjning koncentreras till mittdelen av provet
- Provet dras ut med en konstant takt
- Samtidigt mäts:
  - Kraften som används
  - Den resulterande uttöjningen med en ***extensometer***



Dragprov

- Ur mätningen kan man bestämma två storheter direkt: ***ingenjörstryck*** och ***ingenjörsspänning*** (det senare begreppet även känt som ***linjär normaltöjning*** på svenska), ”engineering stress and strain”
- Ingenjörstrycket σ fås med

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

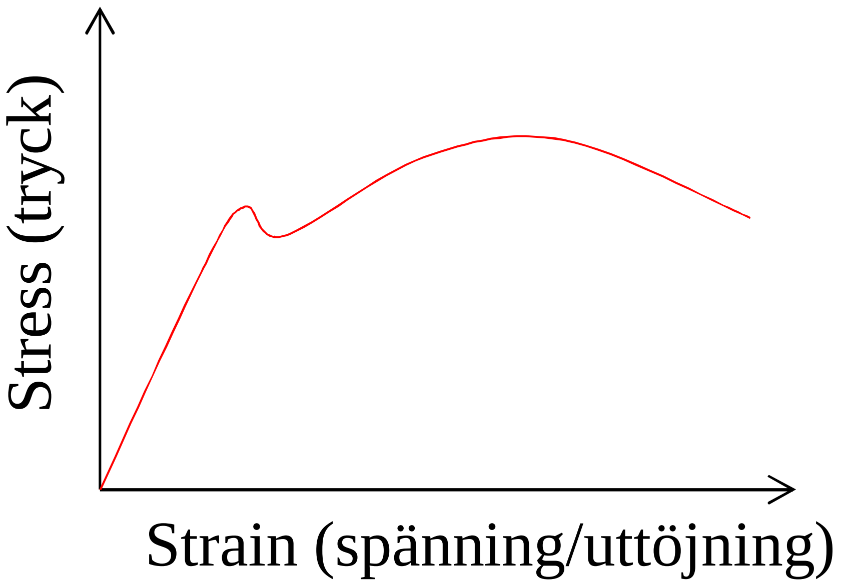
  där F är den uppmätta kraften och A_0 den *ursprungliga* arean
- Ingenjörsspänningen ε fås med

$$\epsilon = \frac{l_i - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$$

  där extensometern används till att mäta töjningen
- Givetvis kan man även göra motsvarande kompressionsprov

Tryck-spännings-kurvor

- Resultaten av en uttöjningsmätning presenteras s.g.s. alltid i ett så kallad tryck-spännings-diagram som visar trycket som funktion av spänningen
  - Engelska: ”stress-strain plot”, ”stress-strain curves”
- Schematiskt ser dessa alltså ut på följande sätt



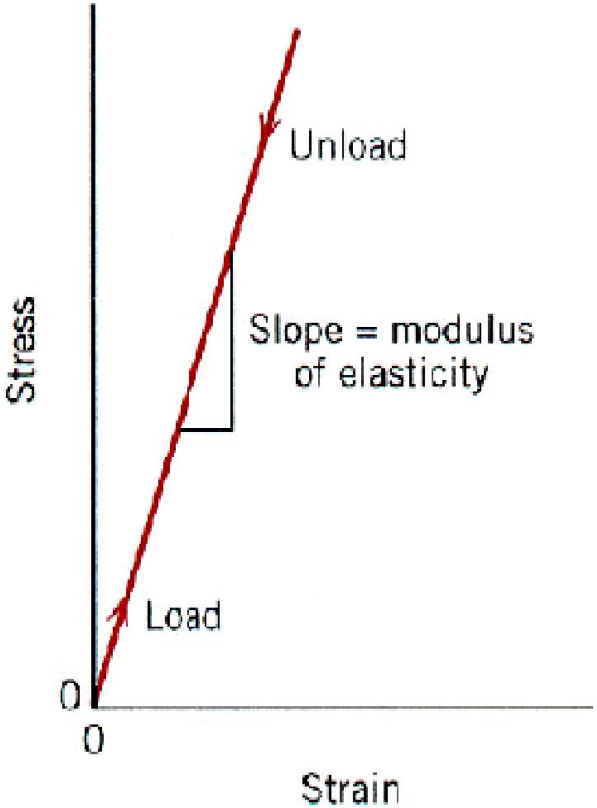
Elasticitet i kurvorna

- Den första delen av tryck-spänningskurvor är ofta linjär
- Då kan sambandet mellan tryck och spänning uttryckas i formen

$$\sigma = Y\varepsilon$$

där Y är en konstant i det linjära området. Konstanten är ***Youngs modul*** och själva lagen är ***Hookes lag***!

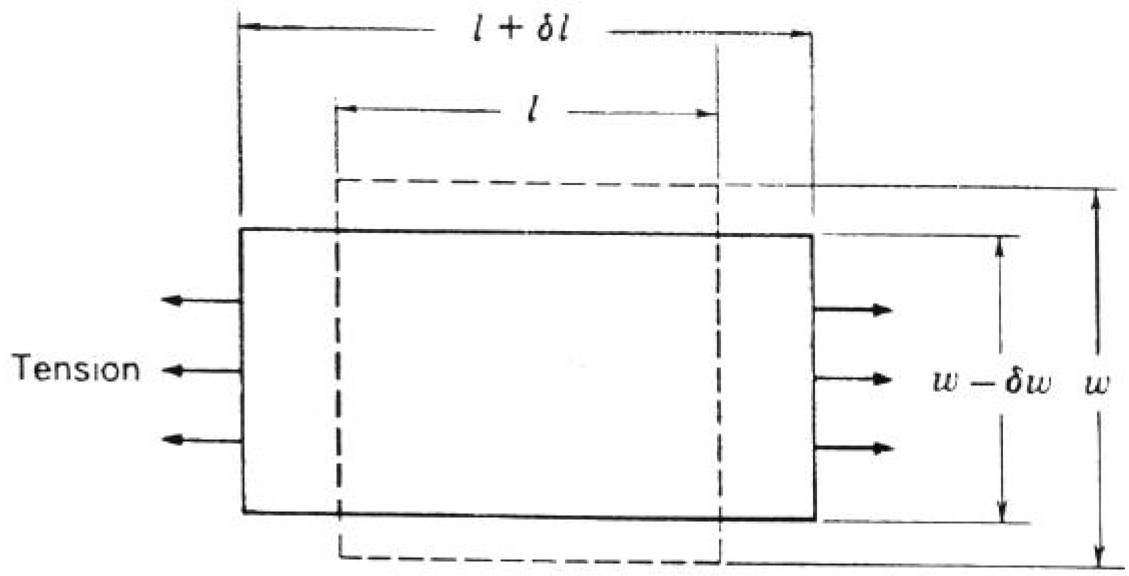
- I makroskopisk elasticitet kallas den ofta också helt enkelt den ***elastiska modulen***



Poissons kvot

- Om man å andra sidan också mäter hur mycket materialet komprimeras i längdled, får man Poissons kvot

$$\mu = \frac{\delta w / w}{\delta l / l}$$



Skjuvmodulen

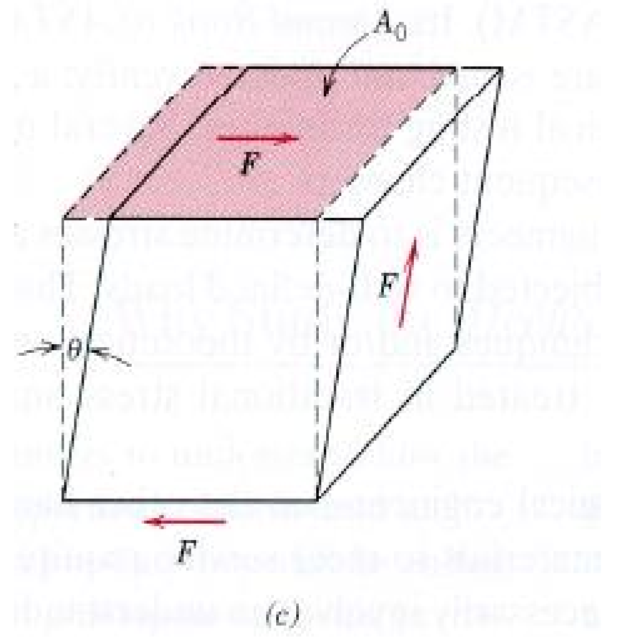
- Skjuvtrycket definieras makroskopiskt som

$$\tau = \frac{F}{A_0}$$

  i en mätning som illustreras i bilden till höger.

- Skjuvspänningen γ definieras som tan θ, där θ är vinkeln i bilden
- Skjuvmodulen G definieras av

$$\tau = G\gamma$$



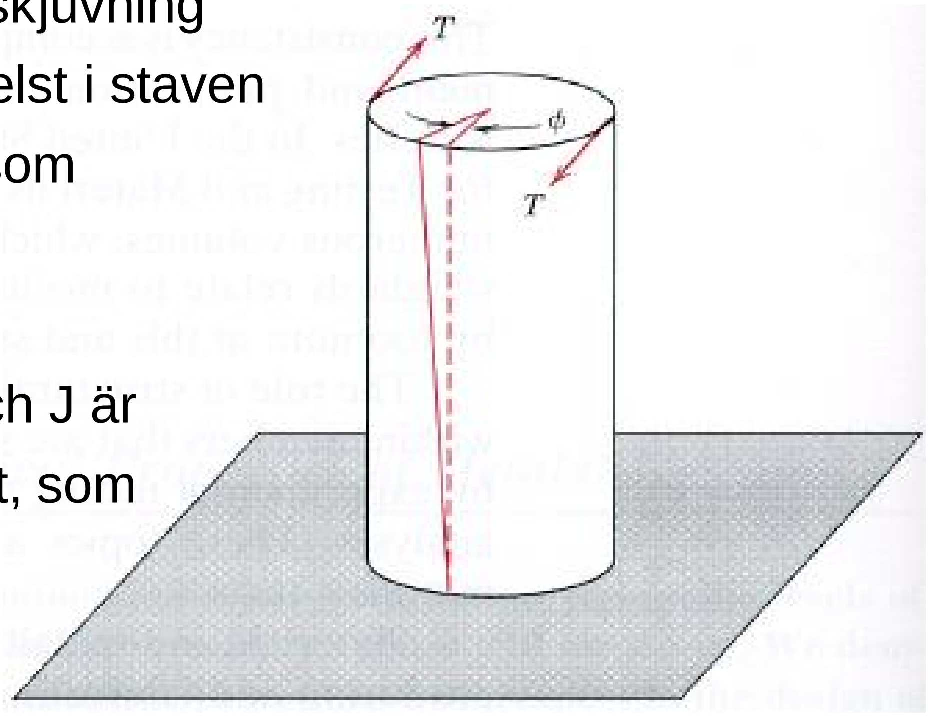
Torsion

- Torsion är en variant av skjuvning
- Skjuvtrycket τ var som helst i staven vid radien r kan skrivas som

$$\tau_\phi = \frac{Tr}{J}$$

där T är vridmomentet och J är polära tröghetsmomentet, som för cylindrar är

$$J = \frac{\pi}{2} r^4$$



- Torsionskoefficienten K definieras som vridmomentet som krävs för att vrida materialet med vridvinkeln (”twist”) Φ. Dvs.

$$K = \frac{T}{\phi}$$

Samband mellan modulerna

- För **isotropiska** material är skjuv- och elastiska modulen inte oberoende
  - Isotropiskt material: en där den interna kristallstrukturen inte påverkar elastiska egenskaper
  - Ekvivalent sagt: om man har ett block av material, är elastiska egenskaperna samma i alla riktningar som har samma geometri
  - Amorfa och polykristallina material är uppenbart isotropa på alla skalor >> den atomära och kornstorleken
  - För isotropiska material gäller sambandet

$$Y = 2G(1+\mu)$$

där μ är Poissons kvot

Exempelvärden

- Nedan är makroskopiska värden på Y, μ och G för vanliga

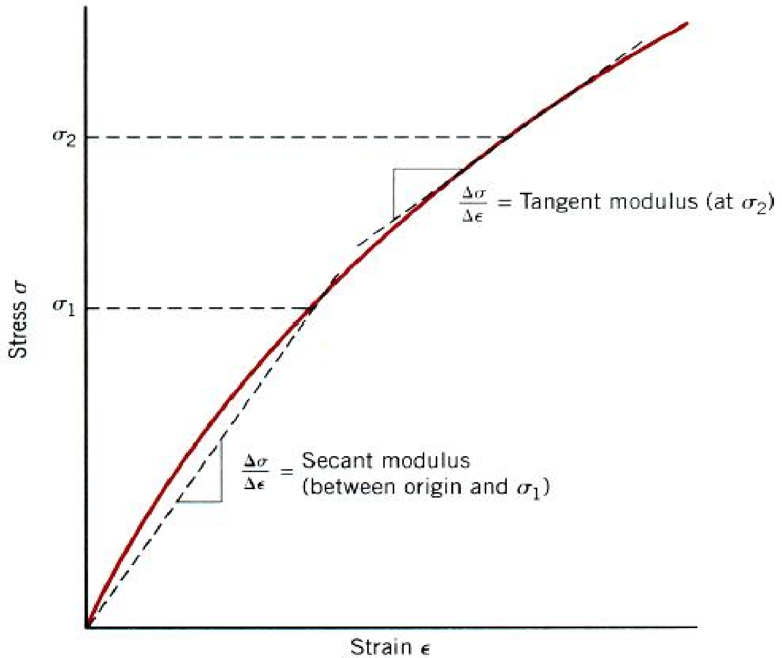
Table 6.1 Room-Temperature Elastic and Shear Moduli, and Poisson's Ratio for Various Metal Alloys

kimmokerroin	*Modulus of Elasticity*		leikkauskerroin *Shear Modulus*		*Poisson's Ratio*
Metal Alloy	*GPa*	*10^6 psi*	*GPa*	*10^6 psi*	
Aluminum	69	10	25	3.6	0.33
Brass	97	14	37	5.4	0.34
Copper	110	16	46	6.7	0.34
Magnesium	45	6.5	17	2.5	0.29
Nickel	207	30	76	11.0	0.31
Steel	207	30	83	12.0	0.30
Titanium	107	15.5	45	6.5	0.34
Tungsten	407	59	160	23.2	0.28

- Notera att Poissons kvot är ganska exakt 0.3 för alla metaller

Icke-linjära elastiska material

- Det finns många ämnen som inte följer linjär elasticitet i något område, t.ex. betong, vissa gjutjärn och polymerer
- För dessa kan man istället definiera tangent- eller sekant-moduler för någon bestämd punkt på tryck-spänningskurvan

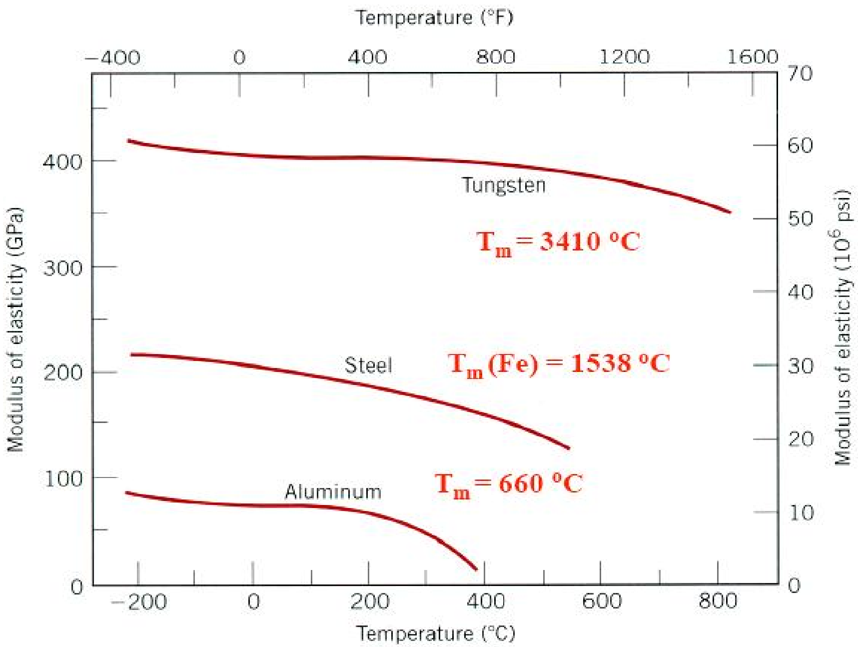


Anelasticitet

- Hittills har vi antagit att de elastiska modulerna är tidsoberoende, dvs. värdet beror inte på takten med vilken experimentet görs
- I verkligheten är så inte exakt fallet, utan elasticiteten kan ha ett tidsberoende: om man drar ut materialet, fortsätter det att utvidgas en stund, och när man lättar på trycket tar det en ändlig tid för materialet att återvända till ursprungsläget
- Tidsberoendet kallas ***anelasticitet***, och material där effekten är märkbar, ***viskoelastiska***
- T.ex. i vanliga metaller existerar nog effekten, men är i de flesta sammanhang negligerbar, medan den i vissa polymerer kan vara mycket betydande.

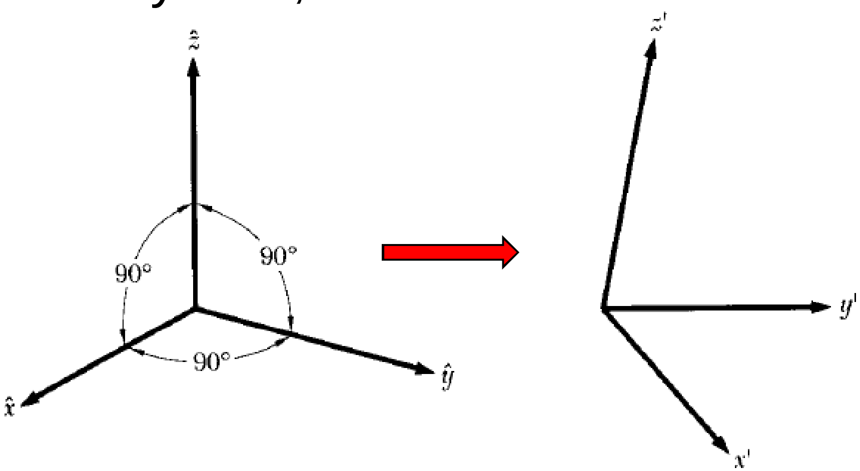
Temperaturberoendet av de elastiska konstanterna

- Temperaturberoendet av de elastiska konstanterna är i allmänhet svagt förutom nära smältpunkten
  - Orsaken är det att konstanterna beror på potentialgropens form, som ju inte ändrar i sig med T. Vid höga temperaturer blir dock anharmoniska (icke-paraboliska) termer i gropen betydelsefulla och sänker något på de elastiska modulerna



7.1.2. Elastiska egenskaper i kristaller

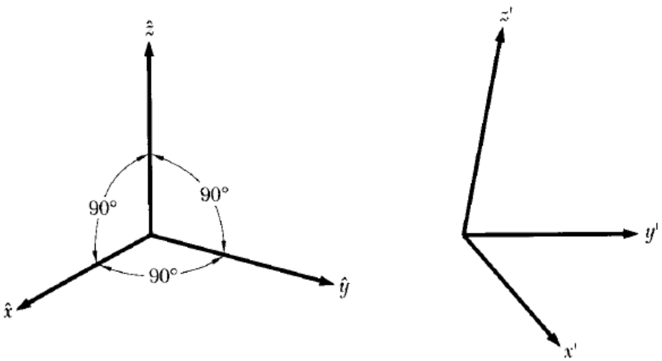
- I kristaller kommer elasticitet att bero på gitterriktningarna.
- För att behandla detta kan man generalisera spänning och uttöjning att bero på gitterriktning
  - En detaljerad härledning har getts på kurserna i Fasta tillståndets fysik och Materialfysik 2007. Här sammanfattas de centrala resultaten utan härledning
- Man betraktar en godtycklig elastisk förskjutning som en omvandlig av koordinatsystem, som också kan bli ickerätvinkligt



Uttöjningskoefficienter

- Transformationen kan skrivas matematiskt:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x}' &= (1+\epsilon_{xx})\mathbf{i} + \epsilon_{xy}\mathbf{j} + \epsilon_{xz}\mathbf{k} \\
\mathbf{y}' &= \epsilon_{yx}\mathbf{i} + (1+\epsilon_{yy})\mathbf{j} + \epsilon_{yz}\mathbf{k} \\
\mathbf{z}' &= \epsilon_{zx}\mathbf{i} + \epsilon_{zy}\mathbf{j} + (1+\epsilon_{zz})\mathbf{k}
\end{aligned}
$$



eller alternativt en förskjutning av en godtycklig punkt med

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = (x\epsilon_{xx} + y\epsilon_{yx} + z\epsilon_{zx})\mathbf{i} + (x\epsilon_{xy} + y\epsilon_{yy} + z\epsilon_{zy})\mathbf{j} + (x\epsilon_{xz} + y\epsilon_{yz} + z\epsilon_{zz})\mathbf{k}$$

- Diagonalelementen är uttänjning och icke-diagonala skjuv

Uttöjningskoefficienter

- Generaliserade uttöjningskoefficienter e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{xy}, e_{yz}, e_{zx} kan nu definieras med hjälp av:

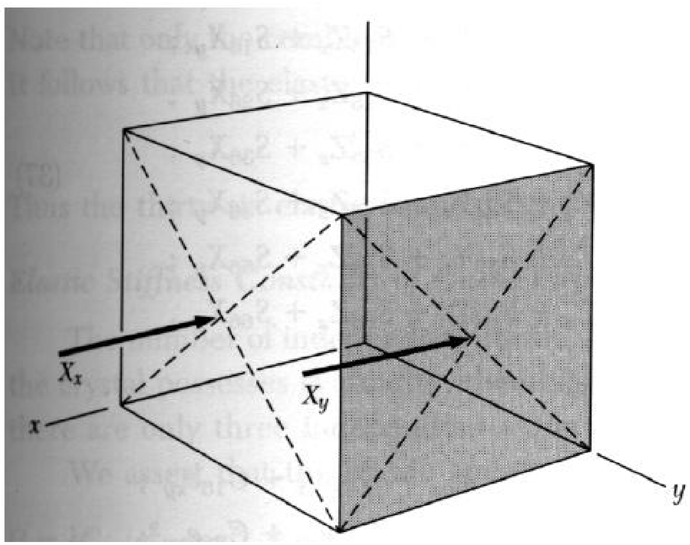
$$e_{xx} = \epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad e_{yy} = \epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \quad e_{zz} = \epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

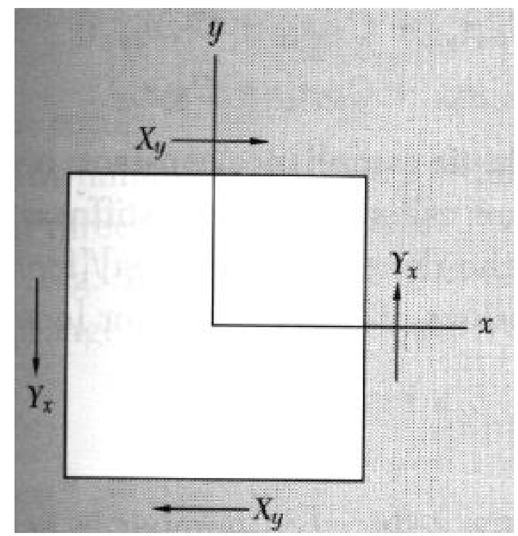
$$\begin{aligned} e_{xy} &= \mathbf{x}' \cdot \mathbf{y}' \approxeq \epsilon_{yx} + \epsilon_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ e_{yz} &= \mathbf{y}' \cdot \mathbf{z}' \approxeq \epsilon_{zy} + \epsilon_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ e_{zx} &= \mathbf{z}' \cdot \mathbf{x}' \approxeq \epsilon_{zx} + \epsilon_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \end{aligned}$$

  - Notera att epsilon och e-koefficienterna är alltså olika!
  - 6 koefficienter räcker för att beskriva alla uttänjnings- och skjuvoperationer

Spänningskoefficienter

- På liknande sätt kan man definiera 6 spännings (stress)-koefficienter
- Kompressions- samt skjuvtryck kan definieras på följande sätt





- T.ex. X_x är en kraft/area i x-riktningen som verkar på x-sidan, X_y en kraft/area i x-riktningen som verkar på y-sidan, osv.
  - Lika index kompression, olika skjuv

Den centrala elasticitetsekvationen

- Kristallers elastiska egenskaper bestäms nu **fullständigt** av

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_x \\ Y_y \\ Z_z \\ Y_z \\ Z_x \\ X_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{yz} \\ e_{zx} \\ e_{xy} \end{pmatrix}$$

- Detta är alltså en matrisekvation som sammanbinder tryck på material (stress) σ med uttöjning (strain) e för en godtycklig kristall
- Detta kallas ”**ingenjörsnotation**” för elasticitet. Det finns en mer fundamental tensornotation, som inte gås igenom på denna kurs

Reduktion av antalet elastiska moduler

- Till all tur visar det sig att tack vare symmetrier i kristallen reduceras antalet oberoende elastiska moduler drastiskt för enkla kristallstruktur
  - För de olika Bravais-gittren är antalet oberoende konstanter:

Table 22.1
NUMBER OF INDEPENDENT ELASTIC CONSTANTS

CRYSTAL SYSTEM	POINT GROUPS	ELASTIC CONSTANTS
Triclinic	all	21
Monoclinic	all	13
Orthorhombic	all	9
Tetragonal	C_4, C_{4h}, S_4	7
	$C_{4v}, D_4, D_{4h}, D_{2d}$	6
Rhombohedral	C_3, S_6	7
	C_{3v}, D_3, D_{3d}	6
Hexagonal	all	5
Cubic	all	3

Elastiska moduler för kubiska gitter

- För det (mycket viktiga) kubiska systemet är de oberoende elastiska konstaterna C_{11}, C_{12} och C_{44} och det gäller

$$\begin{pmatrix} X_x \\ Y_y \\ Z_z \\ Y_z \\ Z_x \\ X_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{yz} \\ e_{zx} \\ e_{xy} \end{pmatrix}$$

Elastiska moduler för kubiska gitter

- Värden för några vanliga grundämnen

Crystal	C_{11}	C_{12}	C_{44}	Temperature, K	Density, g/cm^3
	Stiffness constants, in 10^{12} dyne/cm^2 (10^{11} N/m^2)				
W	5.326	2.049	1.631	0	19.317
	5.233	2.045	1.607	300	—
Ta	2.663	1.582	0.874	0	16.696
	2.609	1.574	0.818	300	—
Cu	1.762	1.249	0.818	0	9.018
	1.684	1.214	0.754	300	—
Ag	1.315	0.973	0.511	0	10.635
	1.240	0.937	0.461	300	—
Au	2.016	1.697	0.454	0	19.488
	1.923	1.631	0.420	300	—
Al	1.143	0.619	0.316	0	2.733
	1.068	0.607	0.282	300	—
K	0.0416	0.0341	0.0286	4	
	0.0370	0.0314	0.0188	295	
Pb	0.555	0.454	0.194	0	11.599
	0.495	0.423	0.149	300	—
Ni	2.612	1.508	1.317	0	8.968
	2.508	1.500	1.235	300	—
Pd	2.341	1.761	0.712	0	12.132
	2.271	1.761	0.717	300	—

Exempel (möjligast enkel)

- Anta att en kub av koppar på (1 m)^3 pressas ihop med en kraft i X-riktning på 1 MN (meganewton), så att alla andra sidor är fixerade så att materialet inte kan pressas ihop eller skjuvas i y- eller z-led. Hur förändras kubens form?
- **Lösning:**
  - Nu är uppenbart $e_{yy} = e_{zz} = e_{xy} = e_{yz} = e_{zx} = 0$, men e_{xx} är olika noll och bör lösas.
  - Matrisekvationens första rad ger $X_x = C_{11}\, e_{xx}$ varur fås

$$e_{xx} = \frac{X_x}{C_{11}} = \frac{1\,\mathrm{MPa}}{168.4\,\mathrm{GPa}} = 5.94 \times 10^{-6}$$

  - Alltså pressas blocket ihop med e_{xx} x 1 m = 5.9 µm
- ***Notera*** att matrisekvationen också ger att Y_y och $Z_z \neq 0$. Det krävs sidledes krafter för att hålla $e_{yy} = e_{zz} = 0$!

Elastiska moduler för kubiska gitter

- Med liknande operationer på matrisen kan man visa att de tidigare definierade makroskopiska storheterna bulkmodul, Youngs modul och Poissons kvot blir för en kubisk kristall enligt kompression eller töjning i 100-riktningar:

$$B = \frac{1}{3}\left(C_{11} + 2C_{12}\right)$$

$$Y = (C_{11} + 2C_{12})\frac{C_{11} - C_{12}}{C_{11} + C_{12}} \qquad \mu = \frac{C_{12}}{C_{11} + C_{12}}$$

Skjuvmodulen för kubiska enhetskristaller

- För skjuvmodulen är läget lite komplicerat, för den makroskopiska definitionen kan ge olika samband beroende på kristallriktning. Men för *isotropiska* kubiska enhetskristaller gäller

$$G = C_{44} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$$

  - Tyvärr är extremt få kubiska kristaller isotropiska – av grundämnen bara W
- För icke-isotropiska ges graden av anisotropi av:

$$A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}$$

Ytterligare reduktion av antalet elastiska konstanter

- För isotropa material (amorfa, mångkristallina, ...) finns enligt

$$G = C_{44} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$$

alltså **bara 2 oberoende elastiska konstanter**!!

- Dessa är oftast enklast att ge med bulkmodulen B och Youngs modul Y

- Den yttersta reduktionen får man i ett material där alla skjuvmoduler är noll
  - Då återstår bara bulkmodulen B**, bara 1 elastisk konstant**
  - Detta är **vätskor**, som ju definierades som material utan märkbar skjuvmodul!

Dilemma

- Vi räknar nu Youngs modul för koppar med värdena som givits ovan
- Insättning i:

$$Y = (C_{11} + 2C_{12})\frac{C_{11} - C_{12}}{C_{11} + C_{12}}$$

  ger direkt Y = 66.7 GPa
- Men tabellen i stycke 7.1.1 gav Y = 110 GPa ?!?
- Förklaringen är att mångkristallina metallers elastiska egenskaper påverkas starkt av dislokationer, och de mikroskopiska elastiska konstanterna kan inte användas direkt på makronivå (utom för enhetskristaller av hög kvalitet)!!
  - Dislokationer kommer lite senare

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

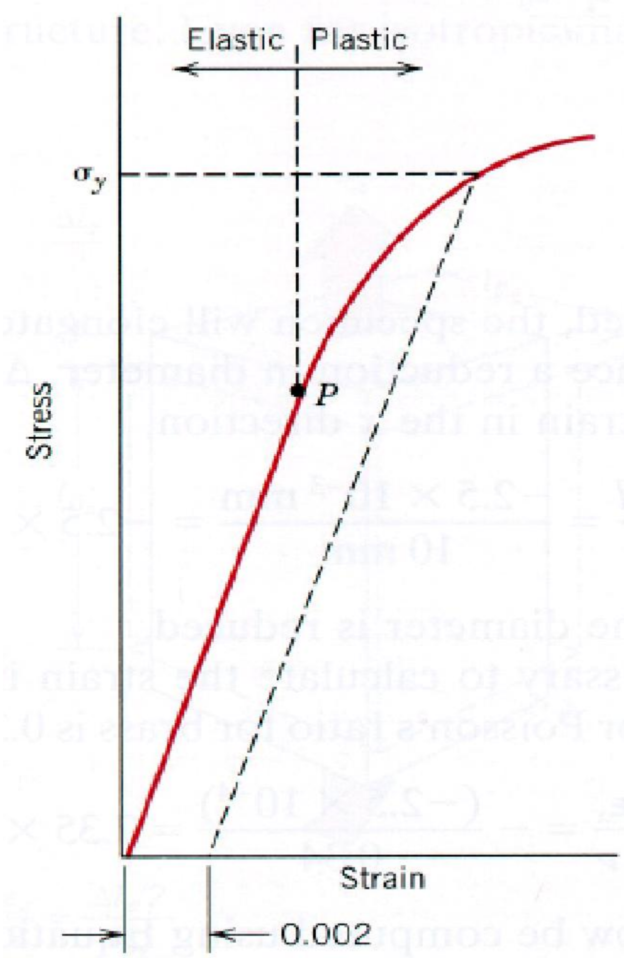
530117 Materialfysik vt 2010

7. Fasta ämnens mekaniska egenskaper
7.2 Plasticitet

[Callister]

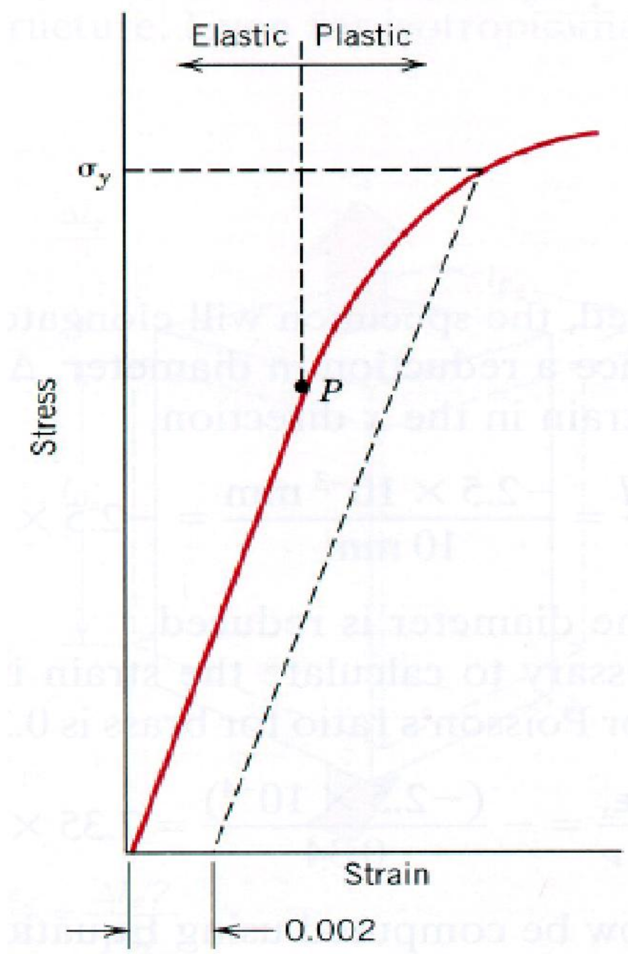
7.2 Plasticitet

- Ovanom det linjära området i spännings-tryck-diagram gäller Hookes lag inte mera och materialet anses modifieras plastiskt
- Notera att denna definition inte är helt definitiv, för den kan uppenbart inte gälla för icke-linjära elastiska material eller material med en betydande område av andra ordningens elasticitet
  - För dessa måste man definiera någon godtycklig övergångsspänning, t.ex. $\varepsilon = 0.005$



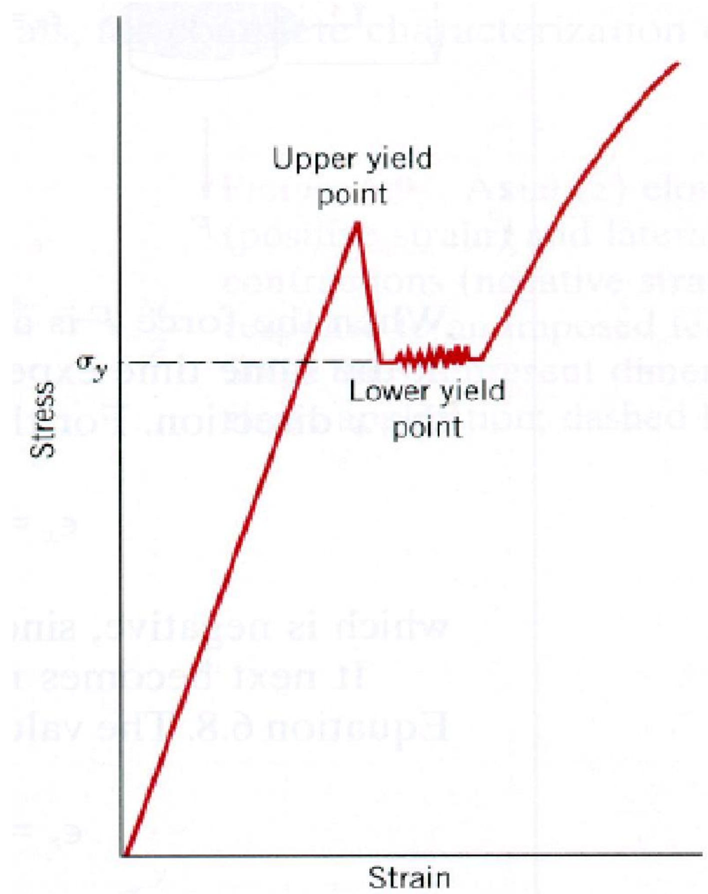
Plasticitetsdefinitioner: flytgräns

- Punkten P i diagrammet kallas ***proportionalitetsgränsen***
- Men ofta är det svårt att bestämma denna punkt noggrannt
- Därmed har man definierat ett annat mått på bredden av det elastiska området: materialets ***flytgräns/spänning***, även känd som ***sträckgräns/spänning*** σ_y (”yield strength/stress”)
- Den kan definieras på många olika sätt, men det vanligaste är den som illustreras i bilden: spänningen vid vilken en permanent deformation på 0.2 % har åstadkommits om man ritar en linje neråt med det linjära områdets vinkelkoefficient



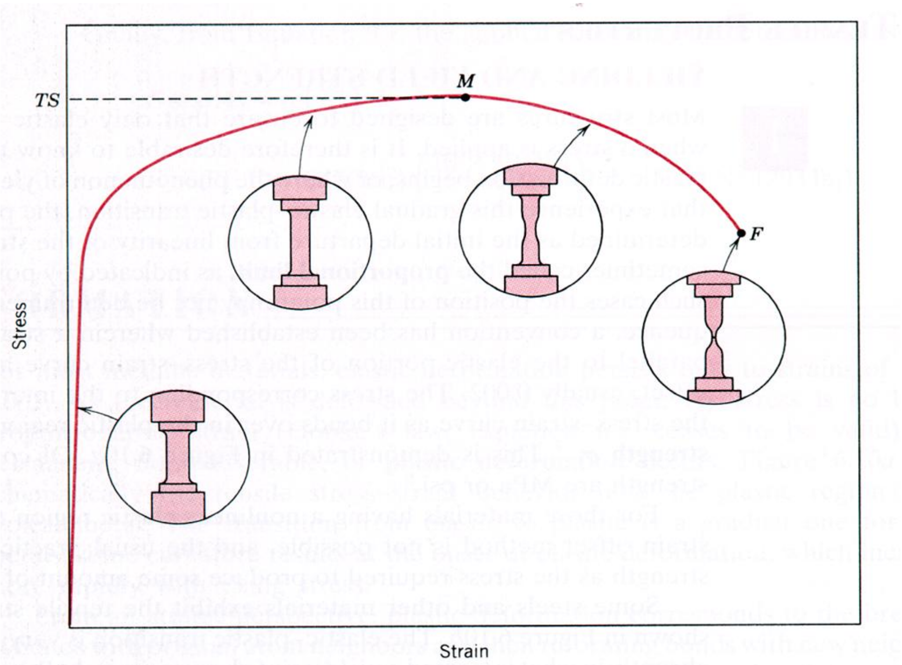
Flytgräns

- En del material har ett mycket klart definierat slut på det linjära området, som illustreras i bilden till höger
- För material med detta beteende kan man mycket entydigt definiera flytgränsen σ_y som nivån för den ungefär konstanta platån i bilden
  - ("yield point" = ***flytgräns*** el. ***sträckgräns***)



Draghållfasthet

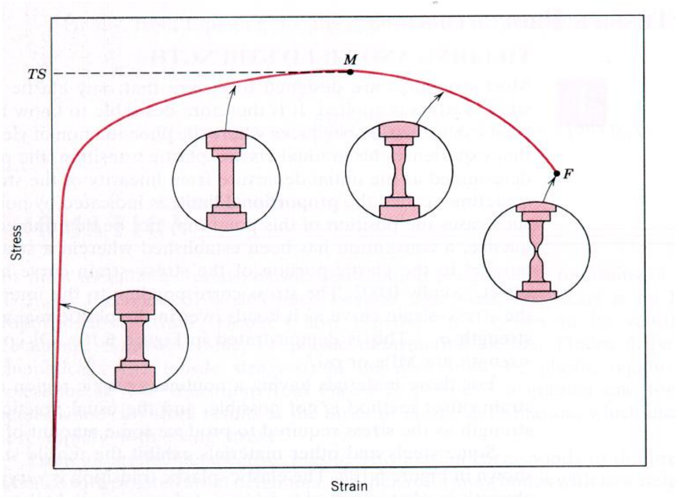
- Om man ser på ett helt tryck-spänningsdiagram ser de oftast ut på följande sätt
- Trycket TS vid maximet i kurvan M kallas ***draghållfasthet*** (eng. tensile strength)
- Vid punkten M börjar provet smalna, vilket kallas ***midjebildning*** (Eng. ”necking”)
  - Därför krävs mindre kraft för att åstadkomma ytterligare uttöjning, så kurvan börjar sjunka



- Vid punkten F bryts provet slutgiltigt, vilket kallas ***bristning*** eller ***fraktur*** (”fracture”). Trycket vid vilka detta sker kan kallas ***frakturhållfasthet*** och motsvarande spänning ***frakturspänning*** ε_f

Sanntryck, sanntöjning och sannspänning

- Den uppmärksamma läsaren märker senast i detta skede att tryck-spänningskurvan ovan inte egentligen motsvarar materialegenskaper ovanom punkten M för att *den effektiva arean A ju minskar vid töjning*



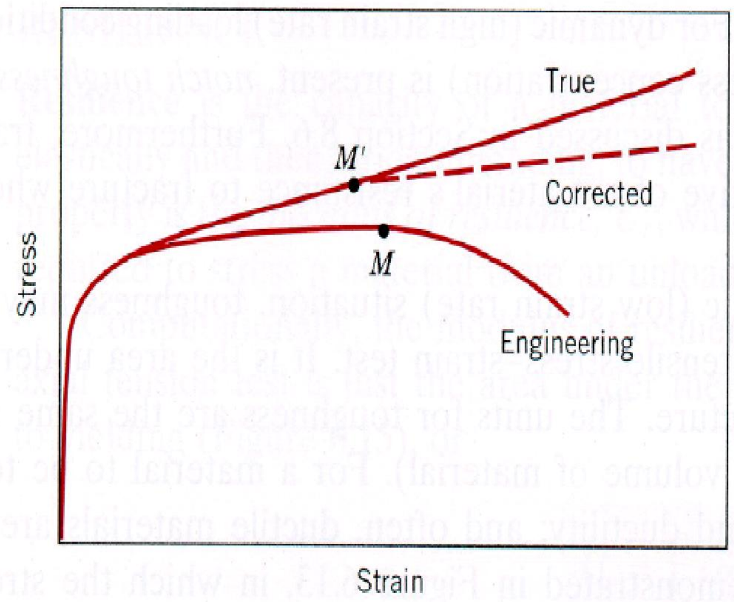
- Genom att mäta den verkliga tvärsnittsarean under deformationen A_i och provets längd l_i kan man korrigera för detta och kan de uttrycka istället ***sanntryck*** σ_T ("true stress") resp. ***sannspänning*** ε_T ("true strain"):

$$\sigma_T = \frac{F}{A_i} \qquad \varepsilon_T = \ln\frac{l_i}{l_0}$$

  - Orsaken till logaritmen: ingenjörsspänning innehåller antagandet om små förändringar (jfr. 7.1); sannspänningen korrigerar för detta

Sanntryck, sanntöjning och sannspänning

- Om man använder sanntryck och sannspänning, ändrar tryck-spänningskurvan form på följande sätt



- Nu ökar sanntrycket alltså hela tiden, vilket beror på att material i allmänhet blir hårdare vid uttöjning (***deformationshårdnande***, ”strain hardening”)
- Kurvan ”corrected” tar ytterligare i beaktande det att efter att en midja formats, är spänningen i midjeområdet inte mera rent axiellt utan mer komplicerat.

Deformationshårdnande

- Deformationshårdnande kan ofta beskrivas mellan flytgränsen och midjebildningspunkten med en funktion av formen

$$\sigma_T = K\epsilon_T^n$$

där K och n är konstanter

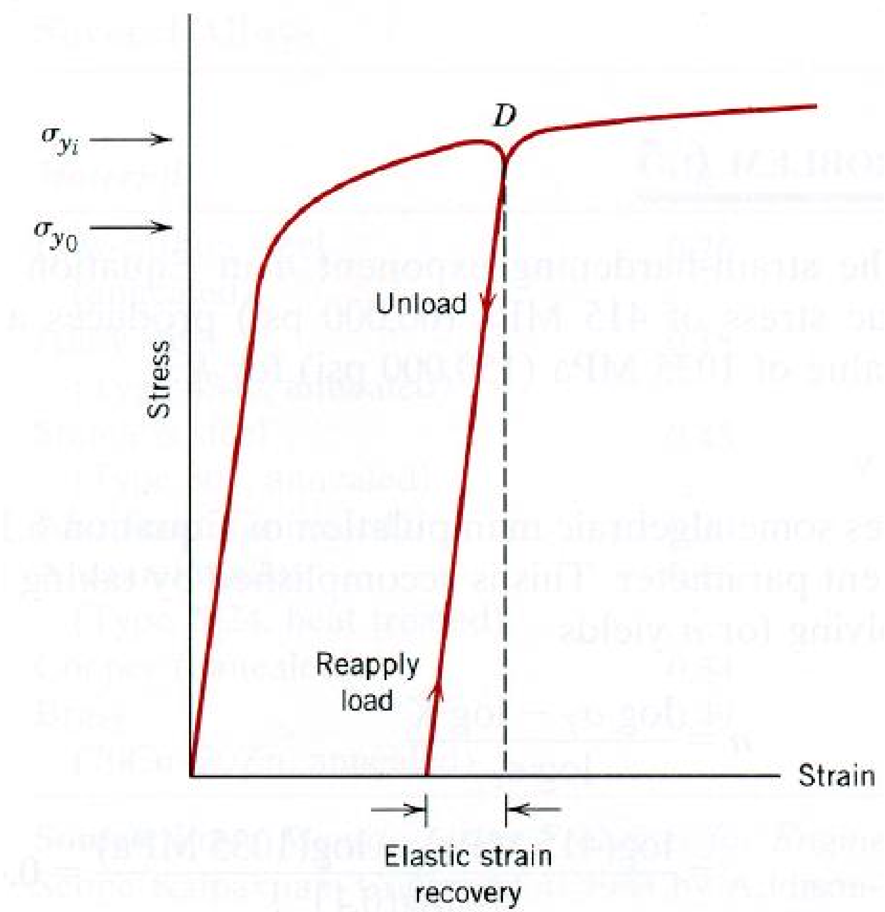
- n kallas deformations-hårdningsexponenten som har värden mindre än 1. I tabellen intill finns exempelvärden på den

Table 6.3 Tabulation of n and K Values (Equation 6.19) for Several Alloys

		K	
Material	*n*	*MPa*	*psi*
Low-carbon steel (annealed)	0.26	530	77,000
Alloy steel (Type 4340, annealed)	0.15	640	93,000
Stainless steel (Type 304, annealed)	0.45	1275	185,000
Aluminum (annealed)	0.20	180	26,000
Aluminum alloy (Type 2024, heat treated)	0.16	690	100,000
Copper (annealed)	0.54	315	46,000
Brass (70Cu–30Zn, annealed)	0.49	895	130,000

Elastisk återhämtning

- Ifall man i det plastiska området avbryter påfrestning, återvänder materialet i allmänhet till en permanent deformation med en vinkelkoefficient som är ungefär den ursprungliga Youngs modulen.
- Om tryck sätts på igen, återvänder man till den plastiska kurvan med en högre flytgräns $\sigma_{y,i}$ än den ursprungliga!
  - Detta hänger ihop med deformationshårdningen



Smidighet/duktilitet

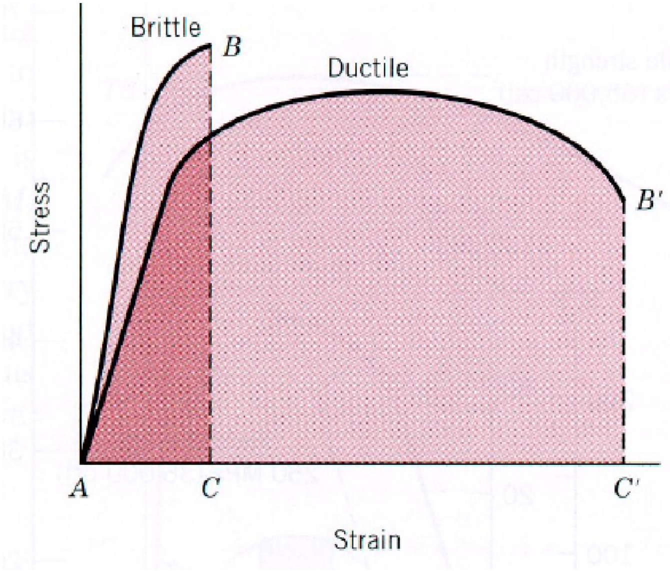
- Ett ytterligare viktigt begrepp är materialets ***smidighet***, även känd som ***duktilitet*** (”ductility”). Det avser hur mycket materialet kan töjas ut före det brister
- Smidighet kan ges ett värde som töjningsprocent (”percent elongation”) som

$$\%\mathrm{EL} = \left(\frac{l_f - l_0}{l_0}\right) \times 100$$

  där l_f är frakturlängden och l_0 den ursprungliga längden
- Denna storhet kan bero på längden av provet, för att desto mindre prov, desto större andel kommer från midjeområdet som ju kan antas vara av samma längd vid fraktur, oberoende av l_0. Därmed borde man alltid då man ger en töjningsprocent också ange provets längd!

Smidighet och skörhet

- Begreppet smidighet är också mycket viktigt därför att det används för att definiera sköra material!
- Sköra material (”brittle”) är sådana som går sönder vid *mycket liten eller ingen* plastisk deformation



- Motsatsen kallas ***formbara*** el. ***plastiska*** el. ***smidiga*** material
- Gränsen för vad som är ett skört material är inte helt väldefinierat, men kan ges t.ex. som att *material med en frakturspänning < 5% är sköra*

Smidig-till-skör-transitionen

- De flesta metallerna är åtminstone någorlunda smidiga vid rumstemperatur, men en del blir sköra då temperaturen sänks!
  - Temperaturen där detta sker kallas smidig-till-skör-transitionstemperaturen, förkortning ***DBTT*** från engelska
  - Detta är viktigt att beakta för de flesta metalltillämpningar baserar sig på antagandet att metallen inte är skör!
- Många FCC-metaller (t.ex. koppar- och aluminium-baserade) har ingen DBTT utan är smidiga ner till mycket låga temperaturer, medan BCC och HCP-metaller i allmänhet har en

Exempelvärden

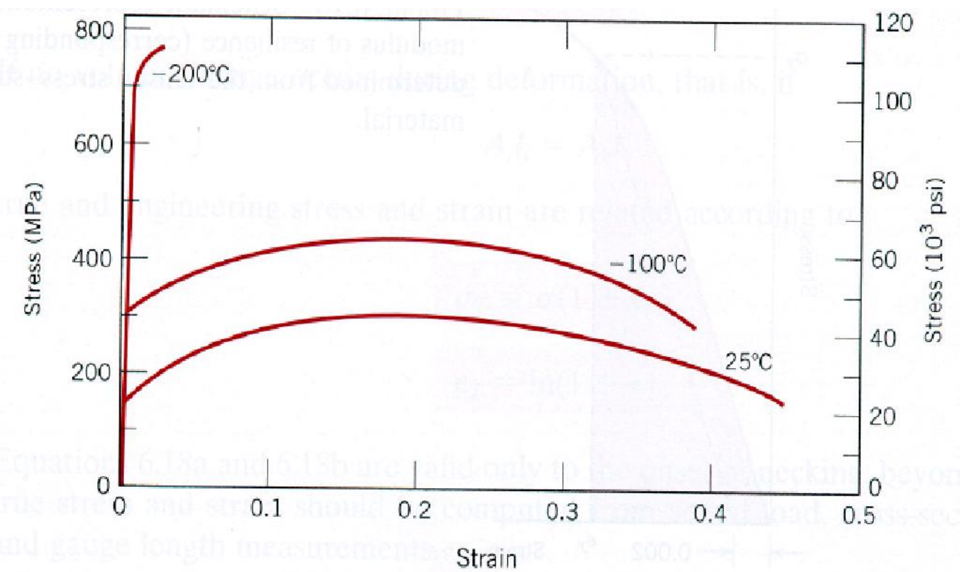
- Här är några exempelvärden på storheterna som behandlats hittills

Table 6.2 Typical Mechanical Properties of Several Metals and Alloys in an Annealed State

Metal Alloy	*Yield Strength MPa (ksi)*	*Tensile Strength MPa (ksi)*	*Ductility, %EL [in 50 mm (2 in.)]*
Aluminum	35 (5)	90 (13)	40
Copper	69 (10)	200 (29)	45
Brass (70Cu–30Zn)	75 (11)	300 (44)	68
Iron	130 (19)	262 (38)	45
Nickel	138 (20)	480 (70)	40
Steel (1020)	180 (26)	380 (55)	25
Titanium	450 (65)	520 (75)	25
Molybdenum	565 (82)	655 (95)	35

Temperaturberoende

- Det som är viktigt att inse är att det plastiska området är inte en allmän materialkonstant, utan kan bero starkt på hur materialet tillverkats (som påverkar kornstorlek, dislokationstäthet mm.) samt temperaturen
- Här är exempel på tryck-spänningskurvor för järn vid tre olika temperaturer:
  - Notera hur materialet är de facto skört vid -200 C, och blir sedan smidigt vid rumstemperatur

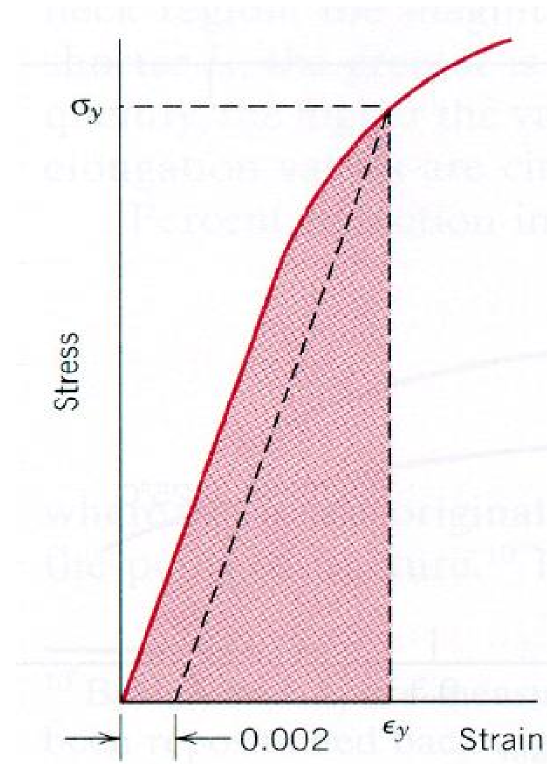


Elastiskt deformationsarbete

- Tills vidare har alla storheter som beskrivits varit mått på spänning eller tryck/kraft
- Det finns också mått på hur mycket energi ett material kan absorbera
- Ett sådant är det elastiska deformations-arbetet U_r ("modulus of resilience"), som definieras som integralen under tryck-spänningskurvan upp till flytgränsen

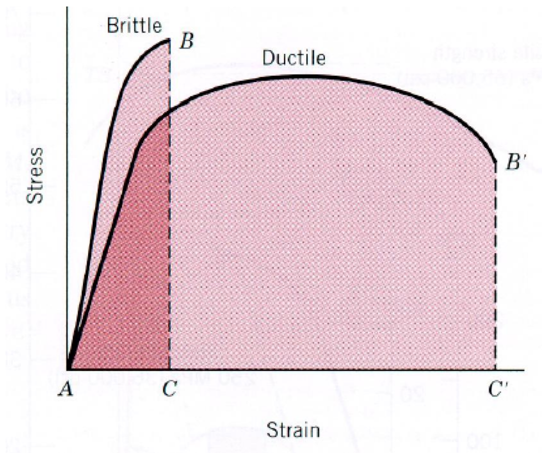
$$U_r = \int_0^{\epsilon_y} \sigma \, d\epsilon$$

- Hög flytgräns och/eller låg elasticitetsmodul leder till hög U_r. Sådana material är lämpliga som fjädrar: hög reversibel töjning med mycket sparad energi möjlig



Seghet

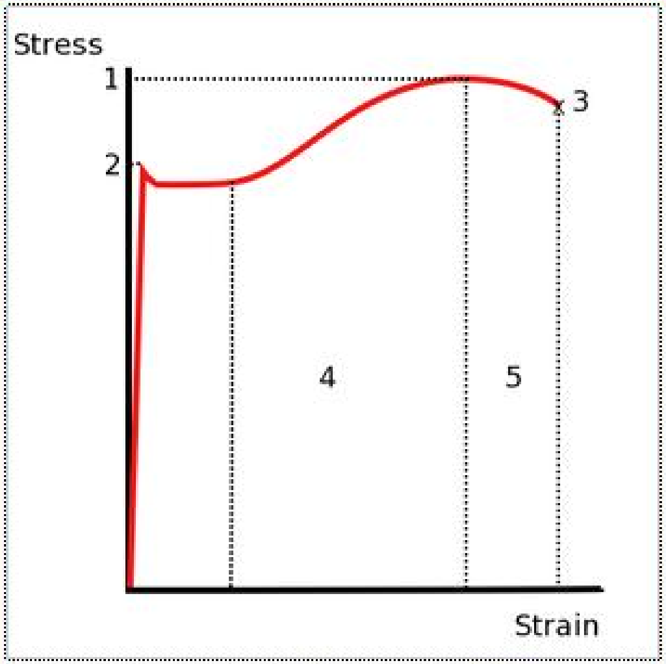
- Seghet ("toughness") är inte ett exakt definierat begrepp
- Med det avses i allmänhet ett materials förmåga att absorbera energi före bristning
- Värden för seghet beror dock starkt på hur ett material utsetts för påfrestning: takt, geometri, mm.
- Med ***hackseghet*** avses ett materials förmåga att motstå hackformation vid en snabb stöt
- Med ***bristningsseghet*** ("fracture toughness") avses förmåga att motstå bristning då det finns en spricka i det
- För låg påfrestningstakt kan segheten ges som integralen över hela tryck-spännings-kurvan
  - Hög seghet kräver både hög hållfasthet och hög frakturspänning
  - Sköra material har ofta högre flytgräns, men mycket lägre seghet än smidiga



Exempel: stål

- Stål uppvisar ofta ett tryck-spänningsförhållande av den typen som illustreras intill
- Karakteristikt är att trycket sjunker något för att sedan börja igen öka
- De kvantitativa värdena mellan olika stål kan variera mycket:

Material	Yield strength (MPa)	Ultimate strength (MPa)
Structural steel ASTM A36 steel	250	400
Steel, API 5L X65 (Fikret Mert Veral)	448	531
Steel, high strength alloy ASTM A514	690	760
Steel, prestressing strands	1650	1860
Steel Wire		
Steel, Piano wire	c. 2000	



Stress vs. Strain curve typical of structural steel
1. Ultimate Strength
2. Yield Strength
3. Rupture
4. Strain hardening region
5. Necking region.

[Wikipedia]

Hårdhet

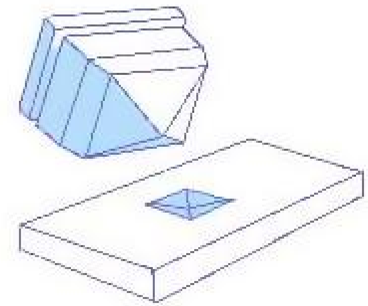
- Hårdhet har många definitioner
- De elastiska konstanterna (t.ex. bulkmodulen, elastiska modulen) kan kallas ***elastisk hårdhet***
- En närmast historiskt betydelsefull definition är den så kallade ***Moh-skalan***, som uppbyggdes med att definiera vilket material kan skrapa ett annat
- Den illustreras intill med både definitionsmineralerna och några andra material däremellan

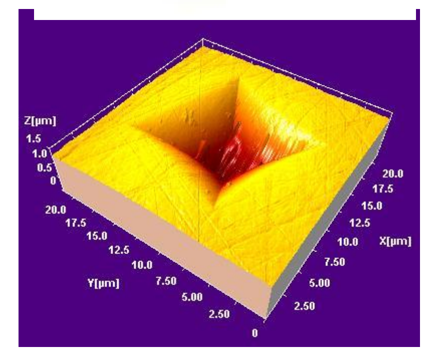
Hardness	Substance or Mineral
1	Talc
2	Gypsum
2.5 to 3	pure Gold, Silver
3	Calcite, Copper penny
4	Fluorite
4 to 4.5	Platinum
4 to 5	Iron
5	Apatite
6	Orthoclase
6.5	Iron pyrite
6 to 7	Glass, Vitreous pure silica
7	Quartz
7 to 7.5	Garnet
7 to 8	Hardened steel
8	Topaz
9	Corundum
10	Diamond
>10	Aggregated diamond nanorods

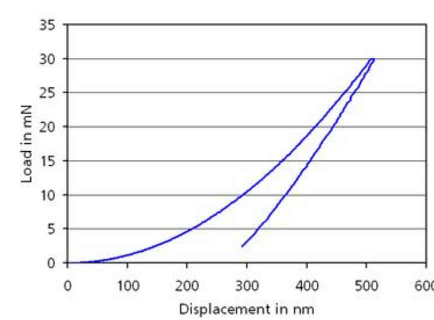
[Wikipedia]

Indenteringstest

- Mohs skala är uppenbart inte speciellt kvantitativ
- De praktiskt mest använda sättet att mäta hårdhet är med ***indenteringstest***
  - Kommentar om termen: indentering är inte listat i svenska ordböcker, men förekommer i svenska google, och tekniska ordlistan ger ingen vettig översättning på ”indentration test”, så jag använder ***indentering***
- I dessa tvingas en liten indenter mot ett material med en kontrollerad kraft och takt, och man mäter storleken (djup eller area) på hacket som bildas i materialet
  - Indentern kan vara i makro-, mikro- eller nanoskala
- Mätningen kan kvantifieras som en kraft vs. djupförskjutning-graf



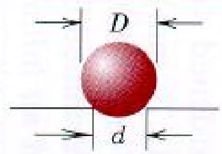
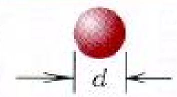
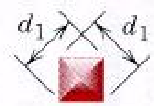
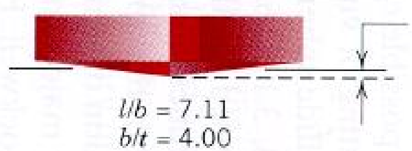
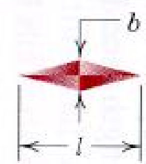
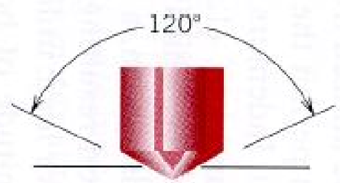
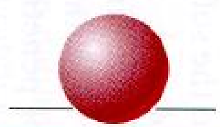




[http://www.fep.fraunhofer.de/enu/bigpic/Ch_elastisch-plastischen.asp]

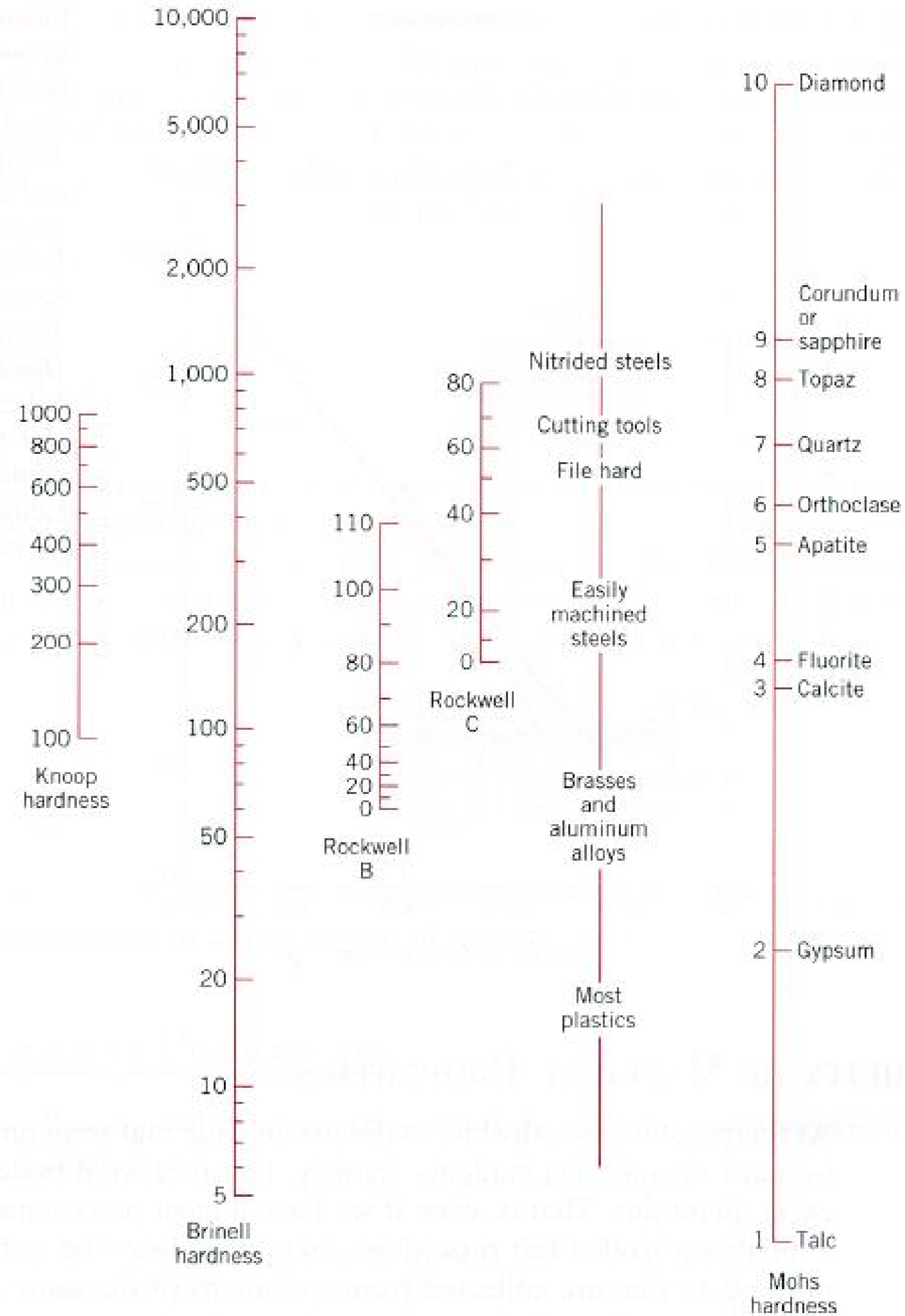
Varianter av indenteringstest (behöver ej kunnas utantill)

Table 6.4 Hardness Testing Techniques

Test	Indenter	Shape of Indentation: Side View	Shape of Indentation: Top View	Load	Formula for Hardness Number[a]
Brinell	10-mm sphere of steel or tungsten carbide			P	$HB = \frac{2P}{\pi D[D - \sqrt{D^2 - d^2}]}$
Vickers microhardness	Diamond pyramid			P	$HV = 1.854P/d_1^2$
Knoop microhardness	Diamond pyramid			P	$HK = 14.2P/l^2$
Rockwell and Superficial Rockwell	Diamond cone; $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ in. diameter steel spheres	 	 	60 kg, 100 kg, 150 kg: Rockwell; 15 kg, 30 kg, 45 kg: Superficial Rockwell	

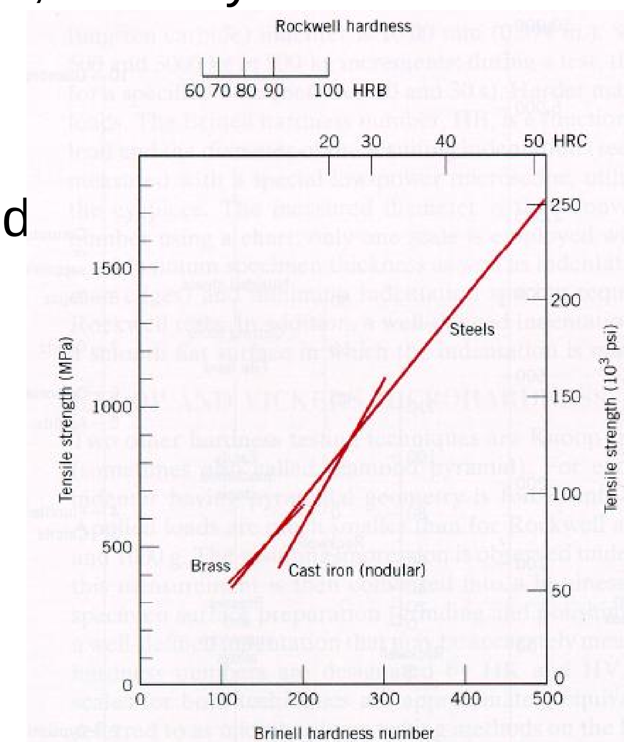
Jämförelse av olika hårdhetsskalor

- Värden som ges av de olika hårdhetsskalorna jämförs approximativt i bilden intill
- Det är viktigt att förstå att ingen av skalorna är absolut så detta är bara riktgivande



Hårdhet vs. elasticitet

- Det är inte möjligt att ge ett entydigt samband mellan indenteringshårdhet och elastiska och plastiska egenskaper!
- I själva verket korrelerar de inte nödvändigtvis alls med varandra: t.ex. diamant är extremt hårt, men mycket skört och har låg seghet
- Men för enskilda material kan man givetvis empiriskt bestämma samband mellan plastisk och indenterings-hårdhet.
  - Ett exempel visas intill för några vanliga metaller

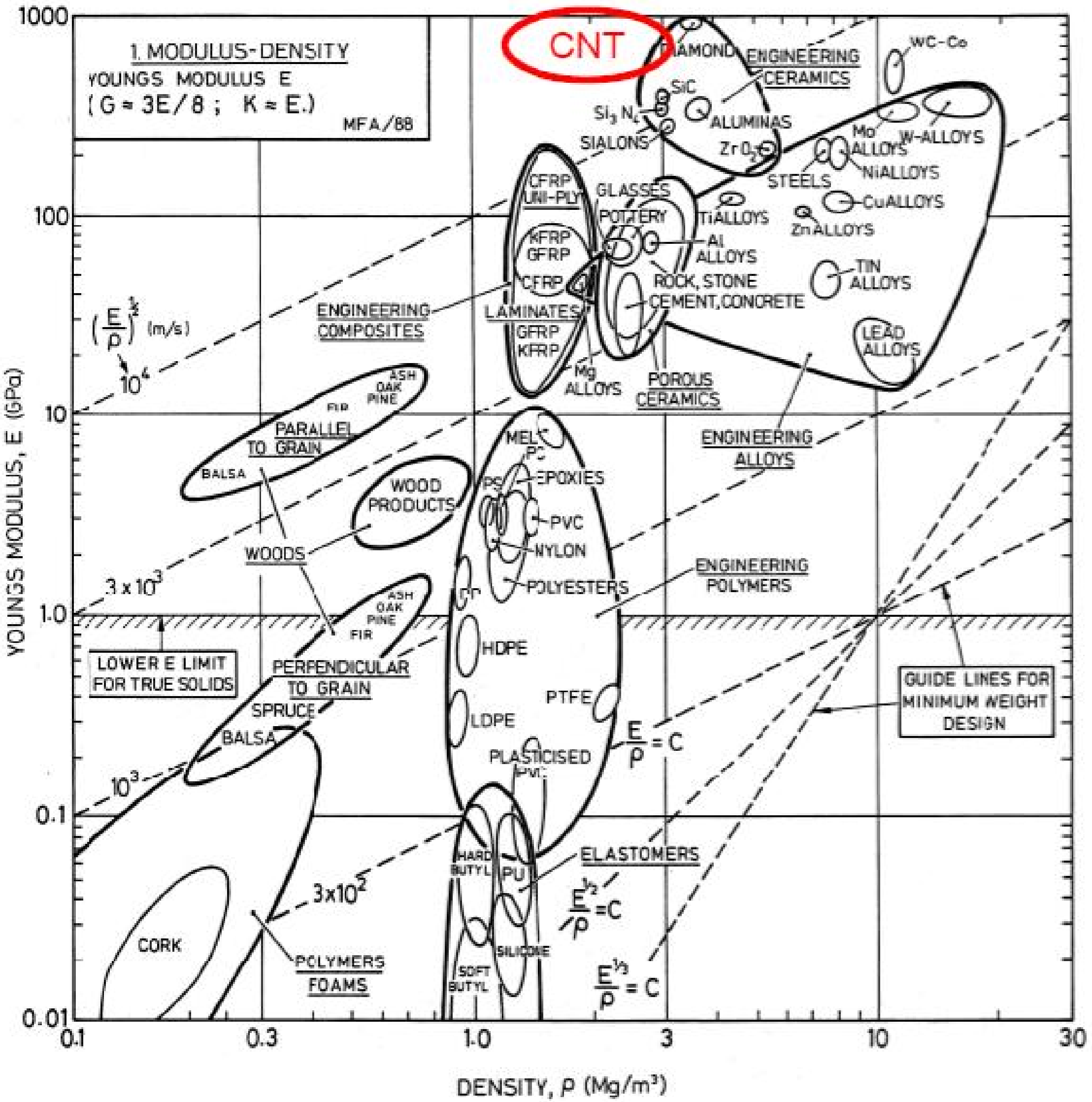


Sammanfattning

- Materials seghet/hårdhet är alltså ett komplicerat kapitel med många olika aspekter att beakta
- Här är en sammanfattning av några av de viktigaste begreppen, ur synvinkeln att starkare är bättre (vilket inte alltid är önskvärt i tillämpningar, tänk bara på gummiband)
- Bulkmodul: Förmåga att motstå volymförändring under tryck
- Youngs modul: Förmåga att motstå uttöjning
- Flytgräns: Gräns till permanent deformation
  - Om man bara talar om materialets styrka ("strength") avses ofta, men inte alltid, detta
- Draghållfasthet: maximal tryck som kan beläggas på materialet
- Hårdhet: förmåga att motstå hack och skrapor
- Smidighet: förmåga att tåla stor utdragning före slutlig sönderfall

- Begreppen styrka ("strength") och seghet ("toughness") kan betyda flera olika saker beroende på sammanhang

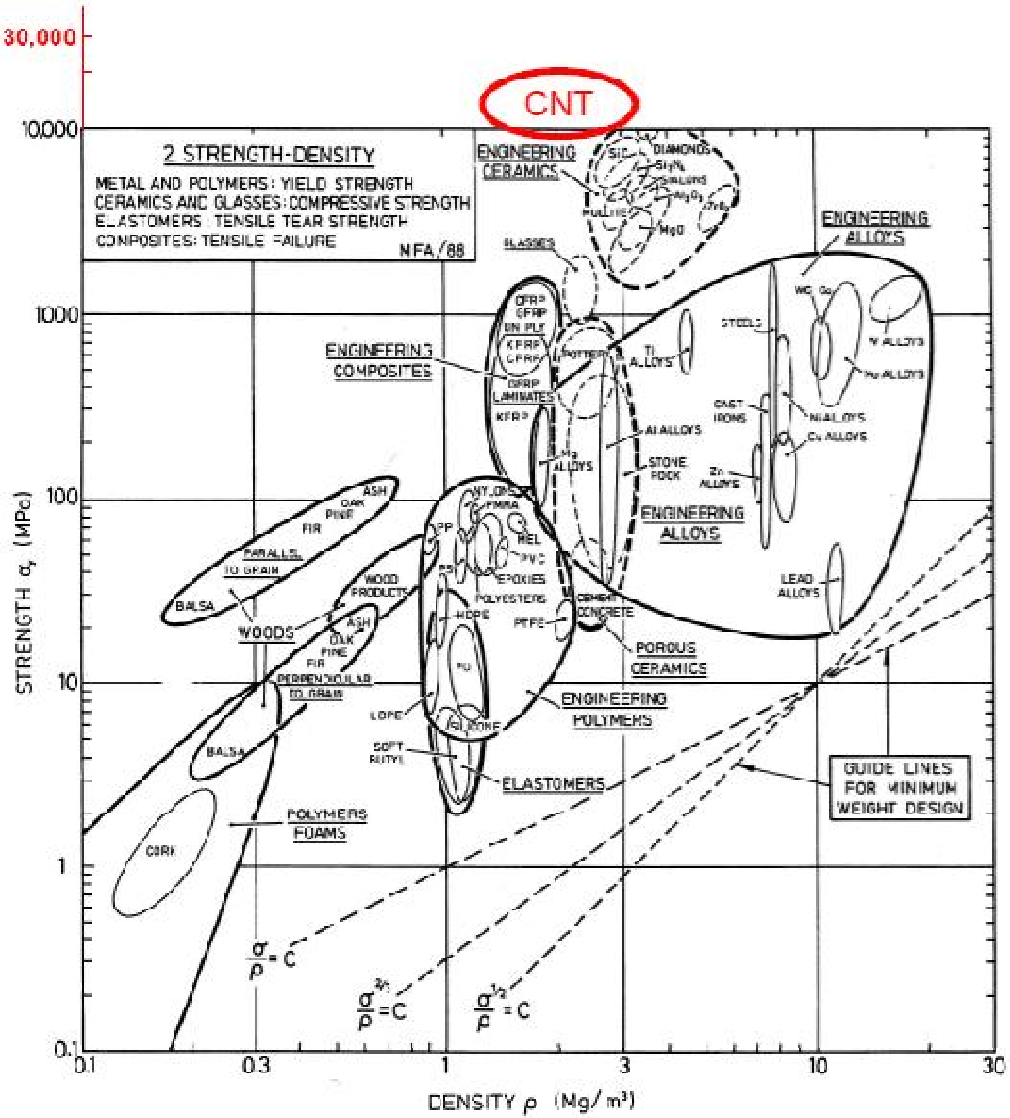
Sammanfattningsgraf: Youngs modul vs. densitet



CNT = kolnanorör

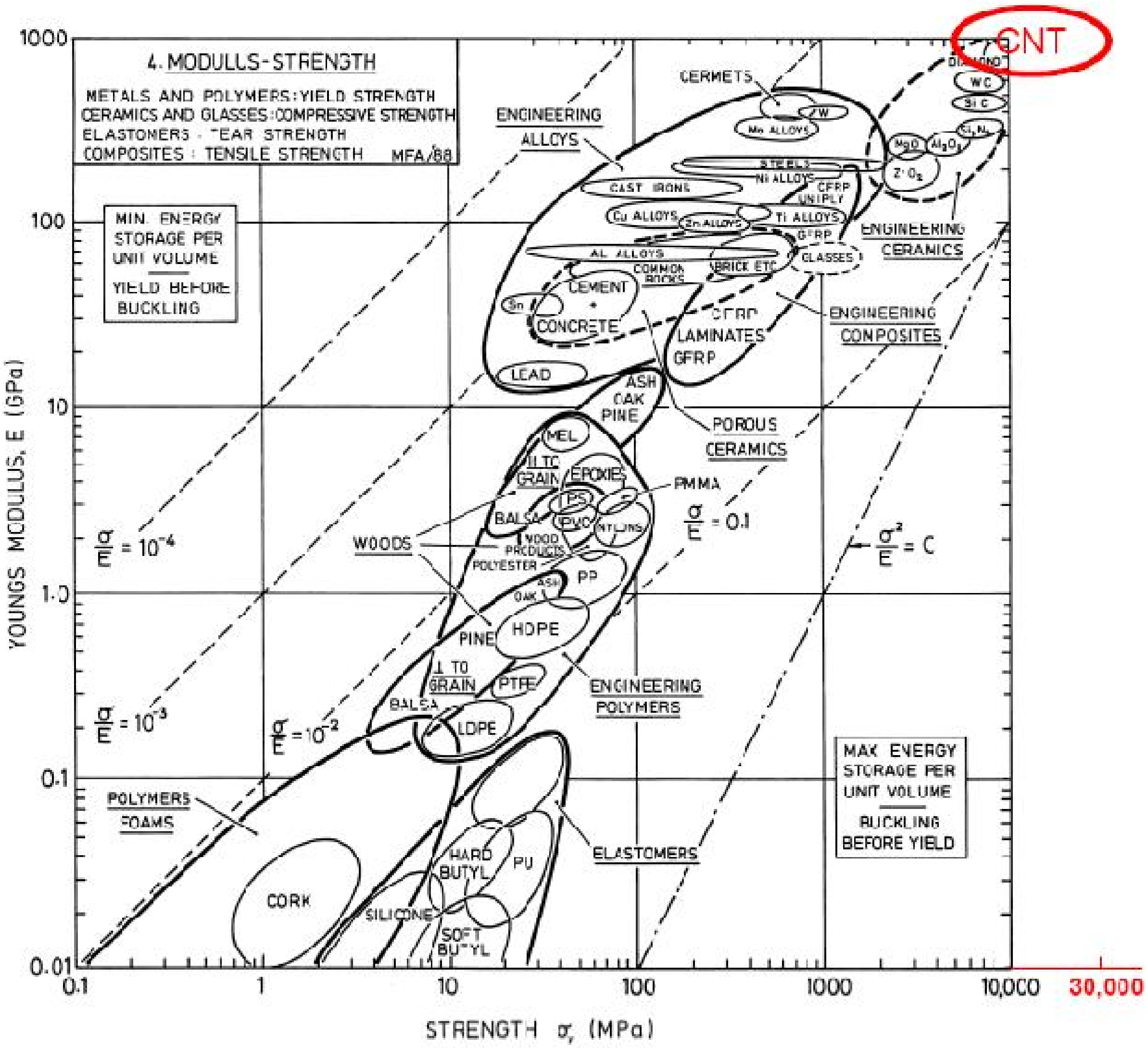
M. F. Ashby, *Acta Metall.* **37** (1989) 1273.; Chart 1

Sammanfattningsgraf: styrka vs. densitet



M. F. Ashby, *Acta Metall.* **37** (1989) 1273.; Chart 2

Sammanfattningsgraf: Youngs modul vs. styrka



M. F. Ashby, *Acta Metall.* **37** (1989) 1273.; Chart 4