



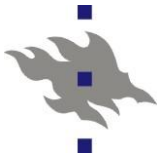
HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

# 530117 Material fysik Ht 2010

## **8. Materials elektriska egenskaper**

### **8.1 Bandstruktur**

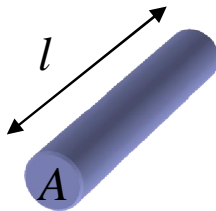




## 8.1.1. Allmänt

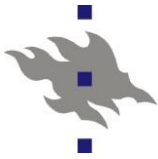
- Med ett materials elektriska egenskaper förstår man helt allmänt dess ledningsförmåga, konduktans, och resistans
- Ohms lag:
  - $V = RI$
  - Eller  $J = \sigma V/l$
  - $J$  är strömtätheten  $I/A$  och (lilla)  $l$  är längden på materialet/avståndet mellan två mätpunkter

$$\text{Resistans} = R = \frac{\rho l}{A}$$



$\rho$  = resistivitet (materialspezifisk)

$$\text{Konduktans} = \sigma = \frac{1}{\rho}$$

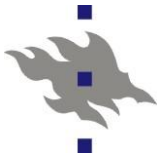


## 8.1.1 Allmänt

### ■ Några elektriska parametrar:

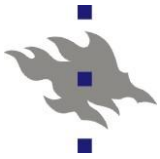
**Table 19.5** Primary and Derived Units for Various Electrical Parameters and Field Vectors

| <i>Quantity</i>         | <i>Symbol</i> | <i>SI Units</i>                      |  |
|-------------------------|---------------|--------------------------------------|--|
|                         |               | <i>Derived</i>                       | <i>Primary</i>                                       |
| Electric potential      | $V$           | volt                                 | $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2\cdot\text{C}$   |
| Electric current        | $I$           | ampere                               | $\text{C}/\text{s}$                                  |
| Electric field strength | $\mathcal{E}$ | volt/meter                           | $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2\cdot\text{C}$     |
| Resistance              | $R$           | ohm                                  | $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}\cdot\text{C}^2$   |
| Resistivity             | $\rho$        | ohm-meter                            | $\text{kg}\cdot\text{m}^3/\text{s}\cdot\text{C}^2$   |
| Conductivity            | $\sigma$      | $(\text{ohm}\cdot\text{meter})^{-1}$ | $\text{s}\cdot\text{C}^2/\text{kg}\cdot\text{m}^3$   |
| Electric charge         | $Q$           | coulomb                              | $\text{C}$   |
| Capacitance             | $C$           | farad                                | $\text{s}^2\cdot\text{C}^2/\text{kg}\cdot\text{m}^2$ |
| Permittivity            | $\epsilon$    | farad/meter                          | $\text{s}^2\cdot\text{C}^2/\text{kg}\cdot\text{m}^3$ |
| Dielectric constant     | $\epsilon_r$  | ratio                                | ratio  |
| Dielectric displacement | $D$           | farad-volt/ $\text{m}^2$             | $\text{C}/\text{m}^2$                                |
| Electric polarization   | $P$           | farad-volt/ $\text{m}^2$             | $\text{C}/\text{m}^2$                                |



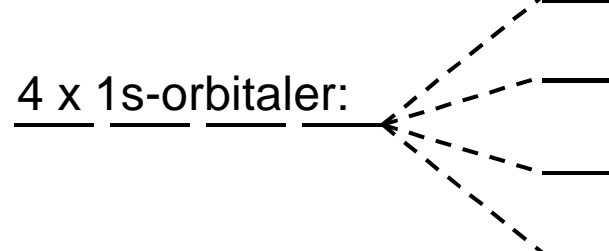
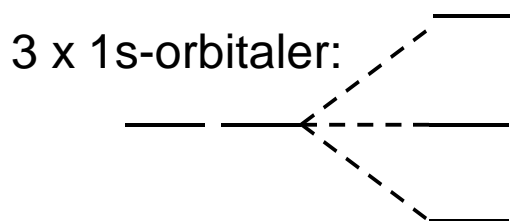
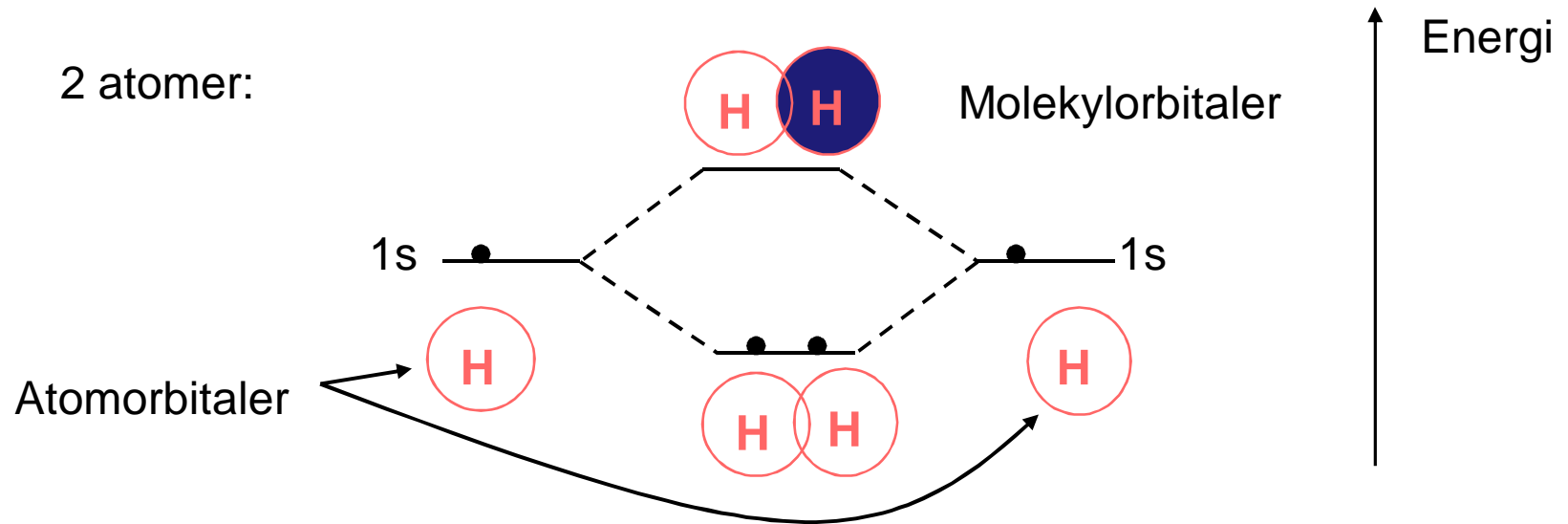
## 8.1.1 Allmänt

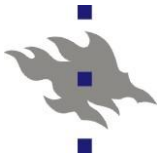
- Olika materials ledningsförmåga
- **Metaller:** bra ledare med en elektrisk konduktivitet på ca  $10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ .
  - Metallbindningen är som vi minns ett hav av elektroner som “fritt” kan röra sig.
- **Isolatorer:** Konduktivitet:  $\sim 10^{-10}$  to  $10^{-20} \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ .
  - Joniska eller kovalenta bindningar håller valenselektronerna bundna
- **Halvledare:** Konduktivitet  $\sim 10^{-6}$  to  $10^4 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ .
  - Kovalenta (eller åtminstone mestadels kovalenta) bindningar som är svagare än hos isolatorerna så att valenselektronerna inte är lika starkt lokaliserade
- **Olika typer av konduktivitet:**
  - Elektronisk konduktivitet: elektronernas och/eller hålens rörelse (I de flesta fasta material)
  - Jonisk konduktivitet: atomers och/eller molekylers rörelse



## 8.1.2 Bandstruktur

- Vad händer med elektronnivåerna då atomer bildar molekyler och vidare hela gitterstrukturer?



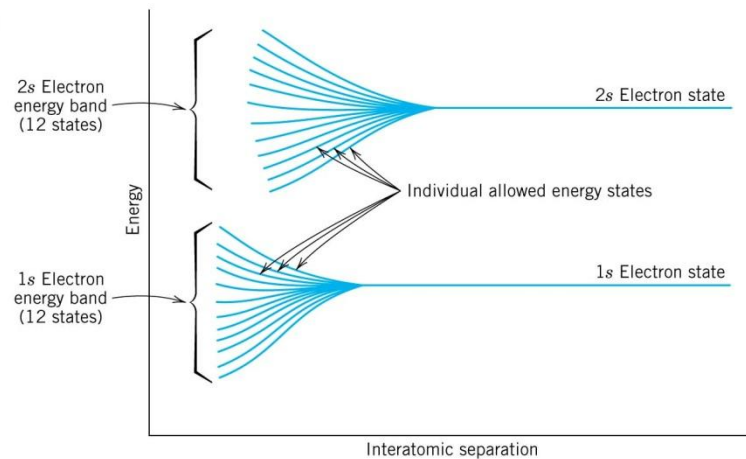


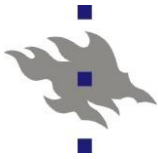
## 8.1.2 Bandstruktur

- Med ytterligare atomer som "går samman":

12 atoms

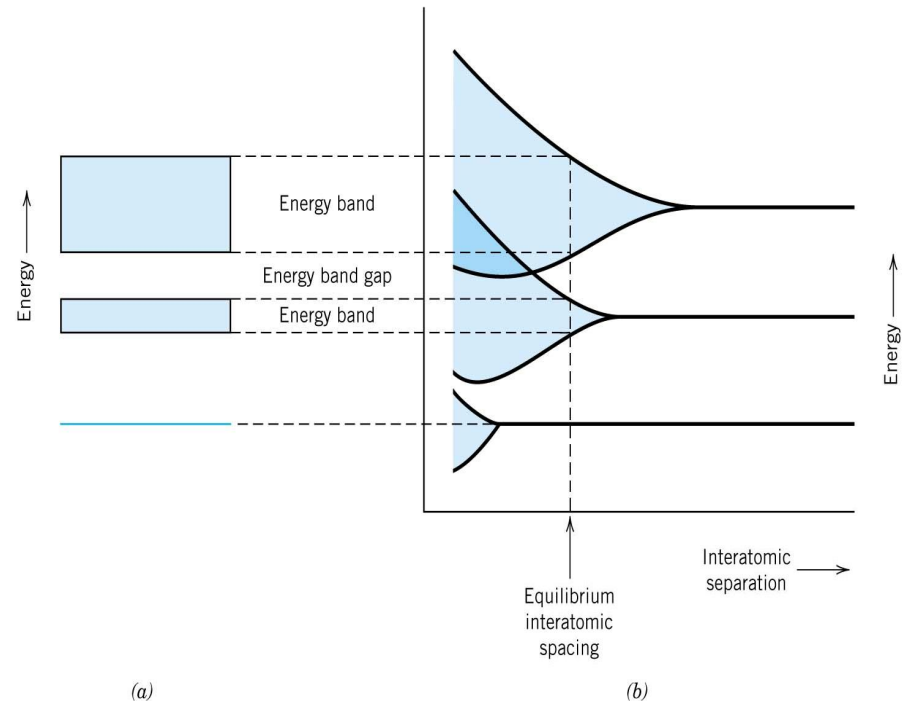
**FIGURE 18.2**  
Schematic plot of electron energy versus interatomic separation for an aggregate of 12 atoms ( $N = 12$ ). Upon close approach, each of the 1s and 2s atomic states splits to form an electron energy band consisting of 12 states.



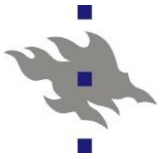


## 8.1.2 Bandstruktur

- Och med ännu flera bildas kontinuerliga "band"
  - Beroende på jämviktstillståndet kan bandena överlappa eller vara separerade

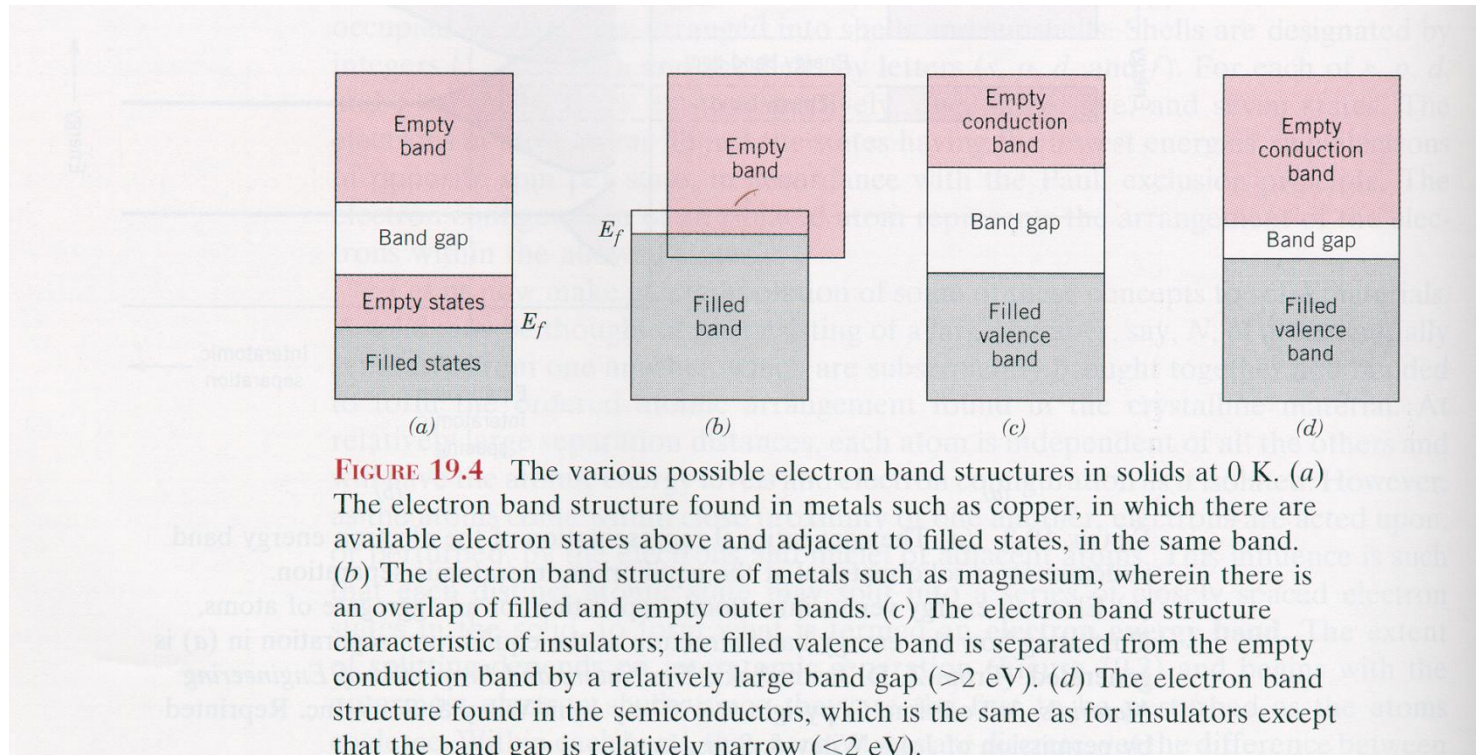


**FIGURE 18.3** (a) The conventional representation of the electron energy band structure for a solid material at the equilibrium interatomic separation. (b) Electron energy versus interatomic separation for an aggregate of atoms, illustrating how the energy band structure at the equilibrium separation in (a) is generated. (From Z. D. Jastrzebski, *The Nature and Properties of Engineering Materials*, 3rd edition. Copyright © 1987 by John Wiley & Sons, Inc. Reprinted by permission of John Wiley & Sons, Inc.)



## 8.1.2 Bandstruktur

- Beroende på överlappningen bildas antingen isolatorer (c), metaller (a och b) eller nånting däremellan (d, halvledare)

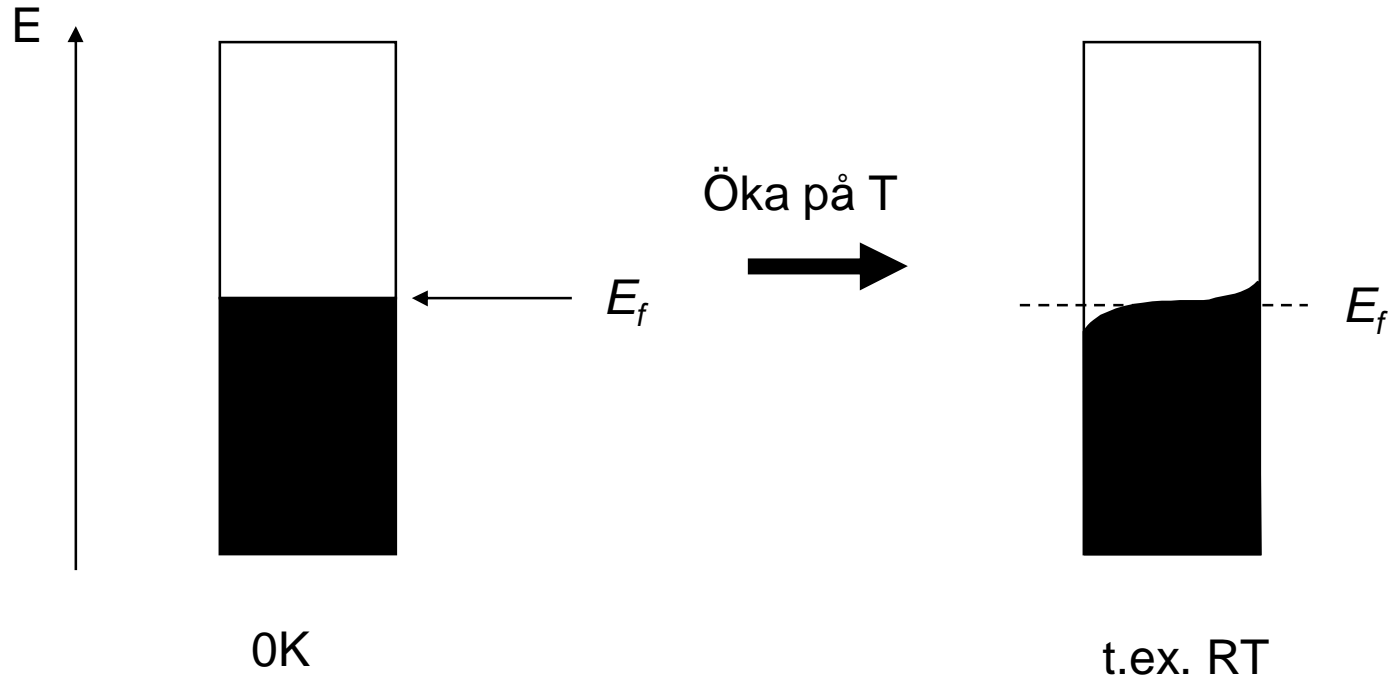


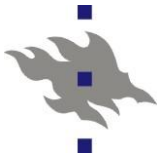




## 8.1.3 Fermienergin

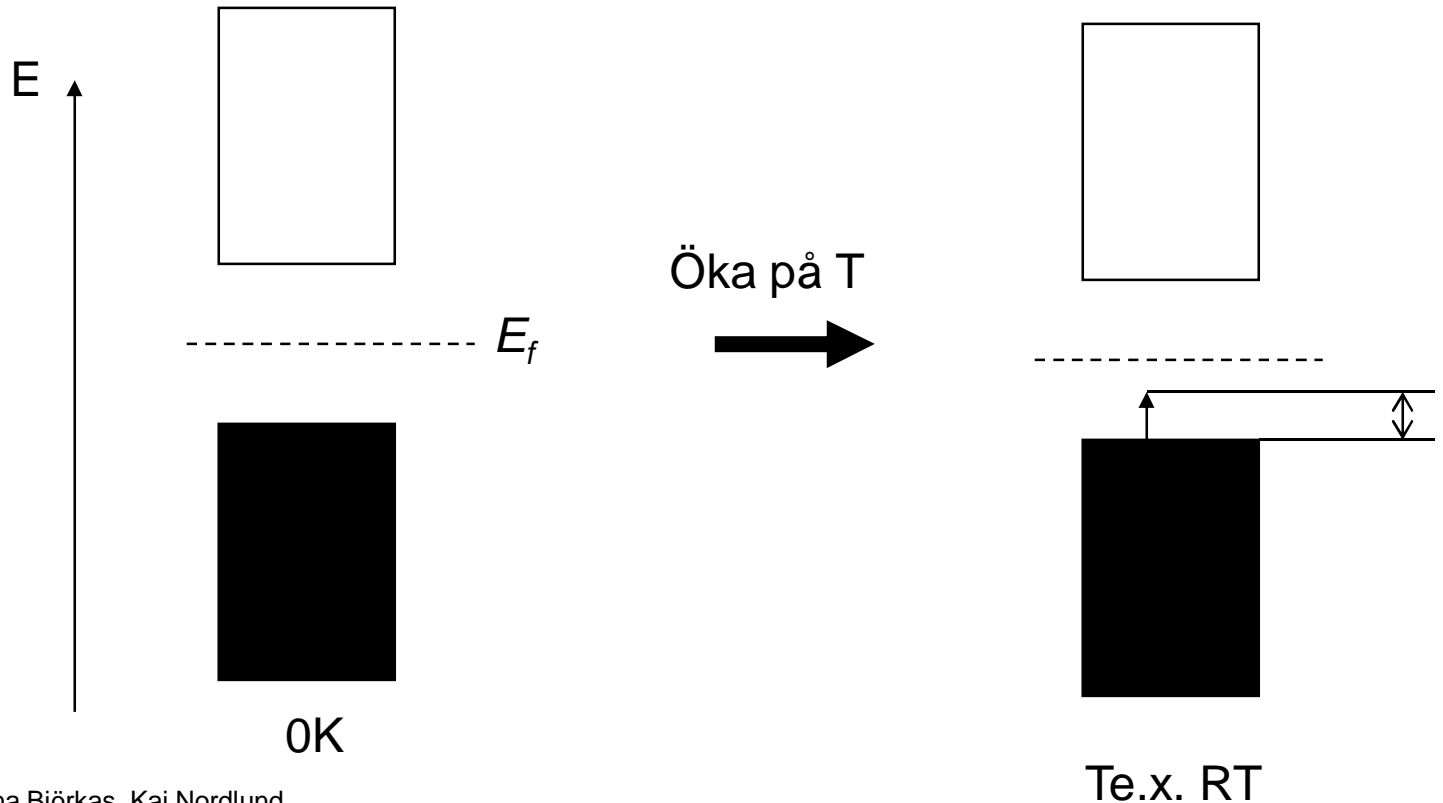
- Energin som motsvarar det högst fyllda nivån vid 0K kallas **Fermienergin**
  - Exempel på en metall
  - En högre temperatur kan excitera elektroner till högre tillstånd

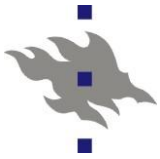




## 8.1.3 Fermienergin

- Metaller har överlappande band, men isolatorer har ett så kallat bandgap
  - Svårt att excitera elektroner över gapet

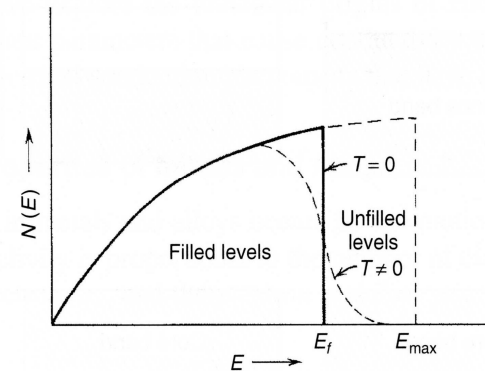
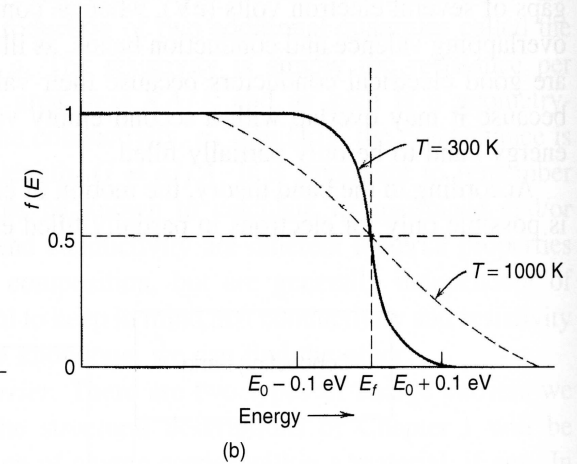
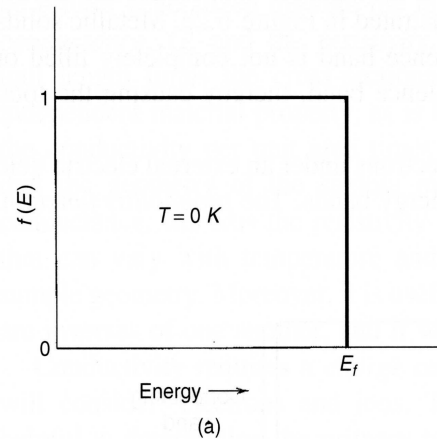


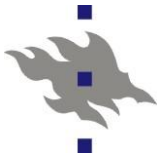


## 8.1.4 Fermifunktionen

- Fermifunktionen  $f(E)$  beskriver sannolikheten för att en elektron skall finnas vid energin  $E$  vid en viss temperatur

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right) + 1}$$

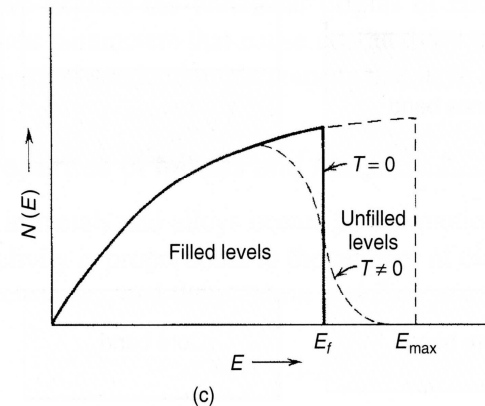
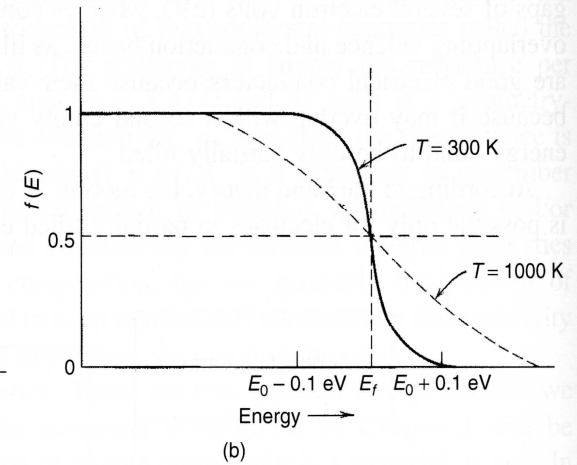
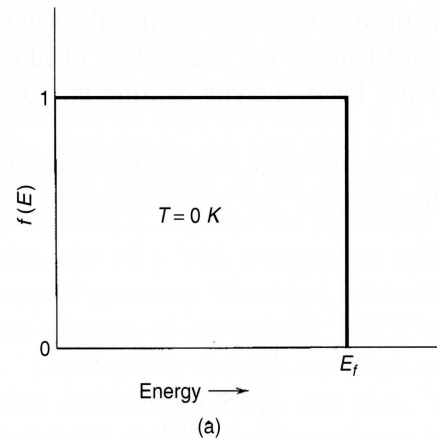




## 8.1.4 Fermifunktionen

- Tillståndstätheten  $N(E)$  beskriver tätheten av de olika energitillstånden
- Inte en jämn funktion utan den förhåller sig som kvadratroten av  $E$
- För att beräkna det totala antalet elektroner måste man därför beräkna integralen:

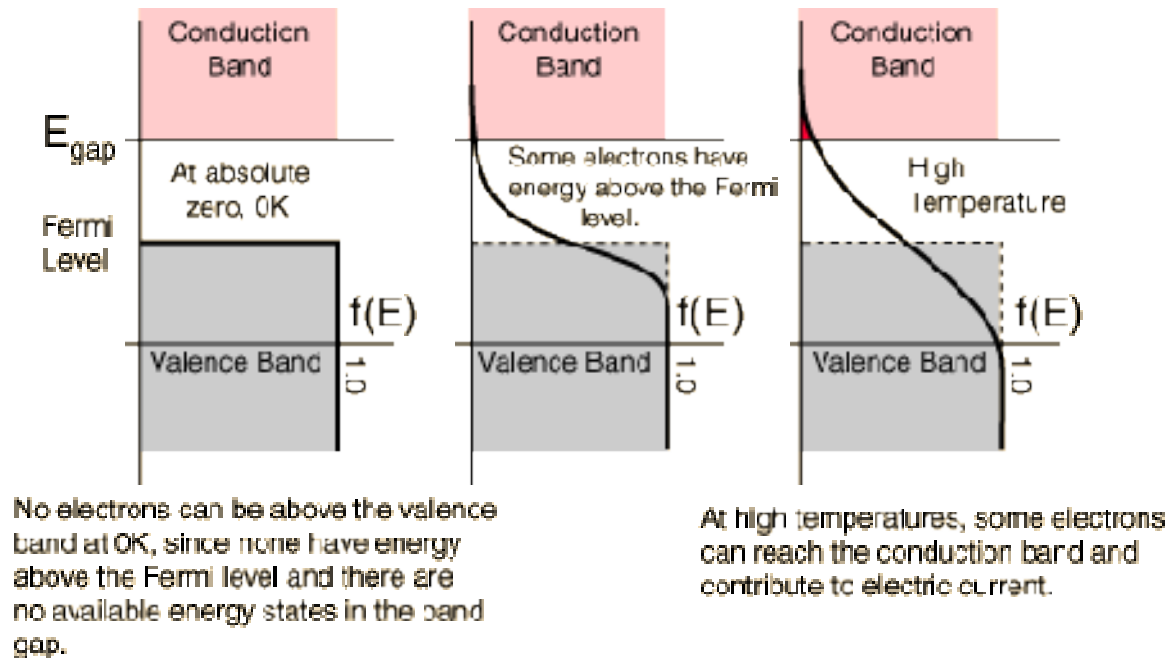
$$n = \int_0^{E_f} N(E) f(E) d(E)$$

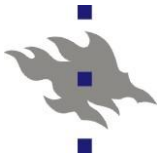




## 8.1.4 Fermifunktionen

- Nu förstår vi anledningen till halvledare också
  - Bandgapet är så litet att "fermisvansen" kan sträcka sig upp till valensbandet

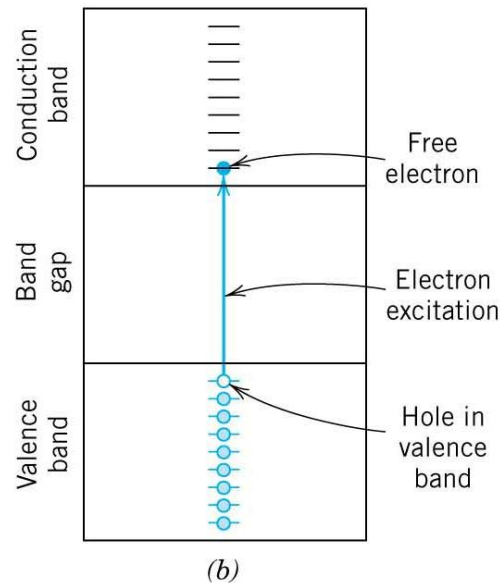




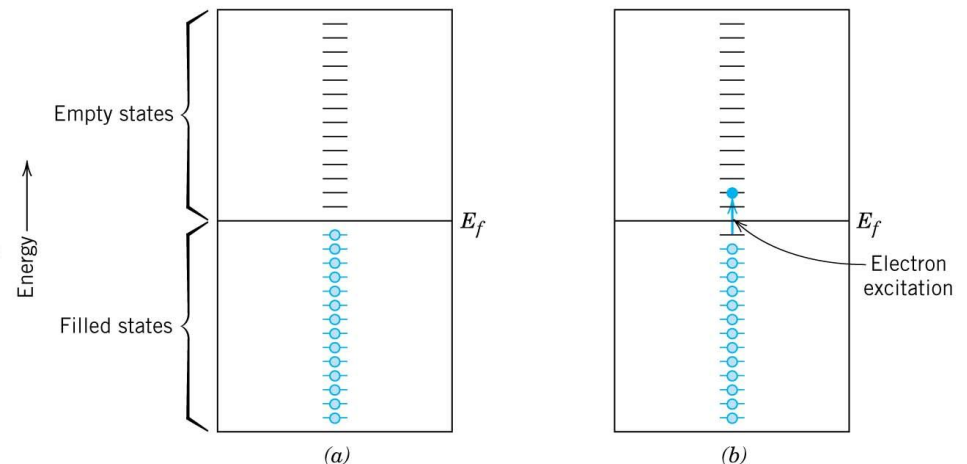
## 8.1.5 Hål och ledningselektroner

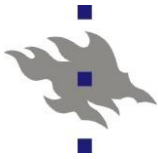
- Då elektroner exciteras bildas hål i valensbandet och fria elektroner i ledningsbandet
  - I metaller är elektronerna lätta att excitera
  - Endast dessa, verkligen fria, elektroner kan delta i konduktiviteten (samt hålen)

Halvledare



Metaller



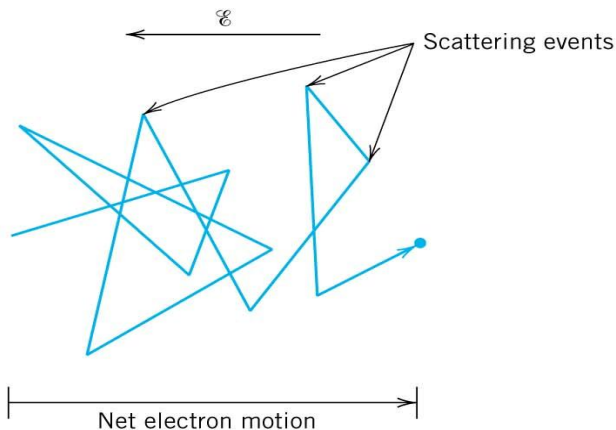


## 8.1.6 Mobilitet

- De fria elektronerna accelereras i ett yttre elfält
- Dessa är dock inte komplett fria, eftersom strömmen då skulle öka i oändlighet med tiden
- Därför måste det finnas friktionskrafter i materialet som påverkar elektronernas rörelse

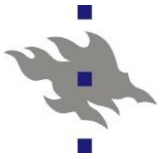
- Te.x. vakanser, orenheter, atomernas termiska vibrationer

mobiliteten



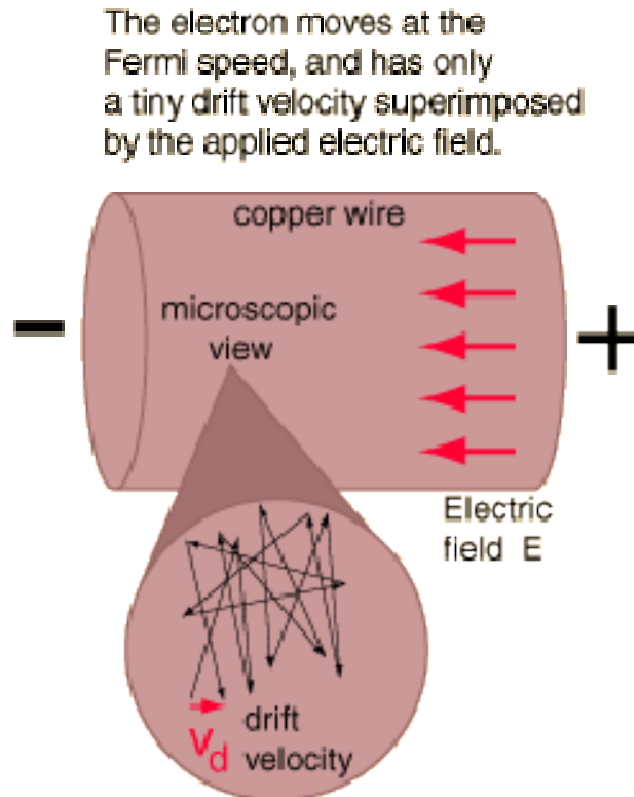
Drifthastigheten:  $v_d = \mu_e E$

Konduktiviteten:  $\sigma = n|e|\mu_e$



## 8.1.6 Mobilitet

- Drifhastigheten är endast elektronernas samlade rörelse mot det yttre elfältets riktning





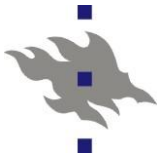


## 8.1.7 Resistivitet

- Resistiviteten kan anses vara motsatsen till konduktiviteten
- De faktorer som stör elektronernas rörelse och minskar konduktiviteten ökar därför på resistiviteten, som består av tre olika termer (*Mathiessens regel*):

$$\rho_{total} = \rho_{termisk} + \rho_{orenheter} + \rho_{deformation}$$

- Termiska vibrationer, orenheter och defekter bidrar till den totala resistiviteten



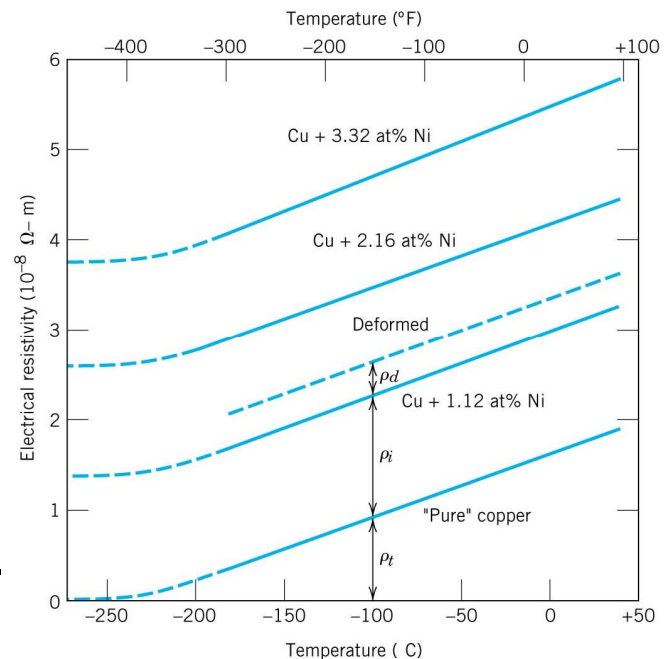
## 8.1.7 Resistivitet

- Resistiviteten som funktion för koppar med olika andelar av nickelorenheter
- De olika termerna blir nu:

$$\rho_{termisk} = \rho_o + aT$$

$$\rho_{orenheter} = Ac_i(1 - c_i)$$

- Resistiviteten ökar med tillsatta orenheter och ökad temperatur
- Deformationstermen beror bl.a. på antalet dislokationer





HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

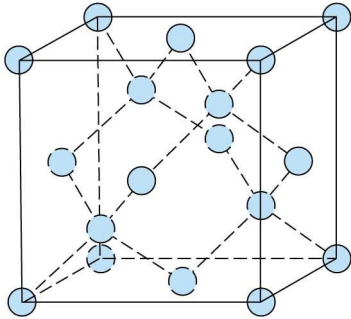
# 530117 Material fysik Ht 2010

## **8. Materials elektriska egenskaper** **8.2 Halvledare**

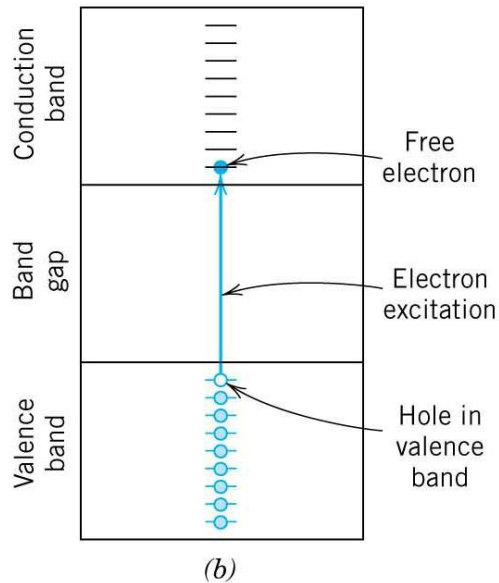




## 8.2.1 Halvledare



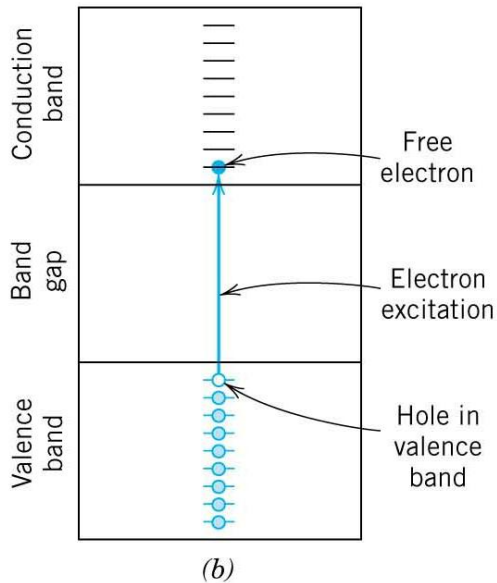
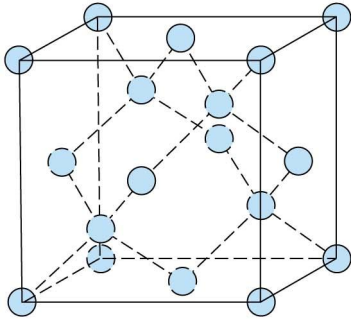
- Halvledarnas konduktivitet är inte lika stor som metallers
- Dessa har nämligen ett bandgap på max 2 eV
- Si, Ge, GaAs är exempel på halvledare



|             | Structure | m.p. (K) | $E_g$ (eV) |
|-------------|-----------|----------|------------|
| C (Diamond) | Diamond   | 3773     | 5.5        |
| Si          | Diamond   | 1683     | 1.1        |
| Ge          | Diamond   | 1210     | 0.7        |



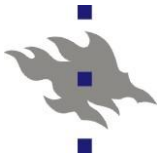
## 8.2.1 Halvledare



- Det finns två typer av halvledare
  - Intrinsiska (inga orenheter, odopade)
  - Extrinsiska (orenheter tillsatta, dopade)
- Speciellt blir nu konceptet **hål**
  - Helt enkelt avsaknaden av elektron i valensbandet
- Konduktiviteten beror nu både på mobiliteten hos elektronerna och hålen

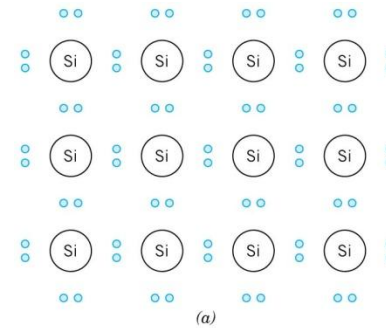
$$\sigma = n|e|\mu_e + p|e|\mu_h$$

- Hålmobiliteten är för de vanliga halvledarna ungefär hälften av den för elektronerna

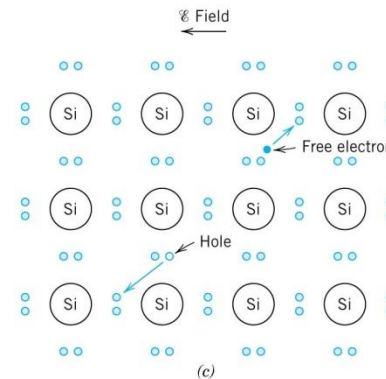
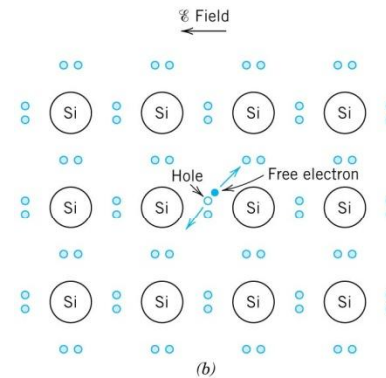


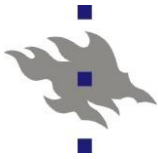
## 8.2.2 Hål

### ■ Hålens och elektronernas rörelse

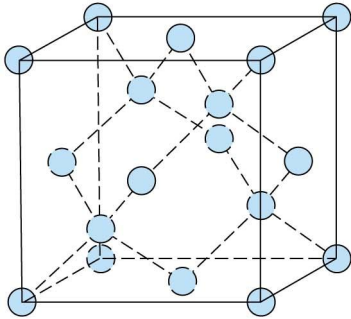


**FIGURE 18.10** Electron bonding model of electrical conduction in intrinsic silicon: (a) before excitation, (b) and (c) after excitation (the subsequent free-electron and hole motions in response to an external electric field).



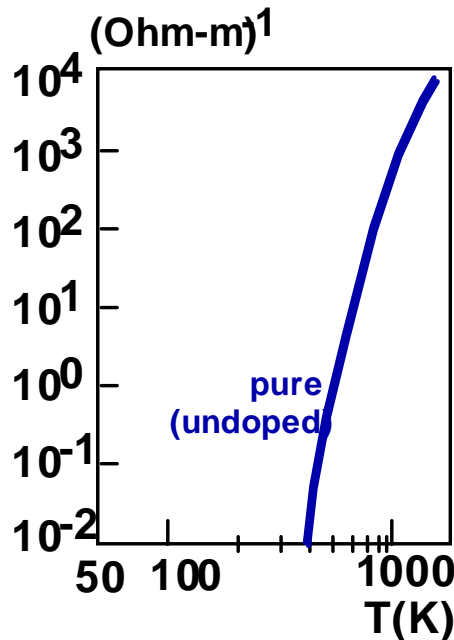


## 8.2.3 Konduktivitet



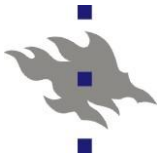
- Eftersom antalet elektroner i ledningsbandet ökar med temperaturen har även konduktiviteten ett temperaturberoende:

electrical conductivity,

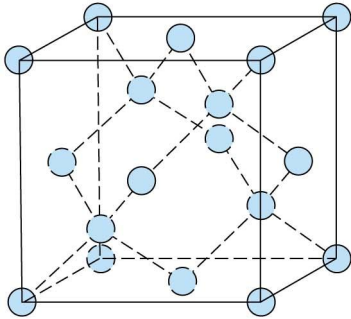


$$\sigma \propto \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

- Detta är motsatt till metaller, då ökad temperatur innebär mera gittervibrationer som stör elektronernas framfart
  - Exempel på konduktiviteten hos Si

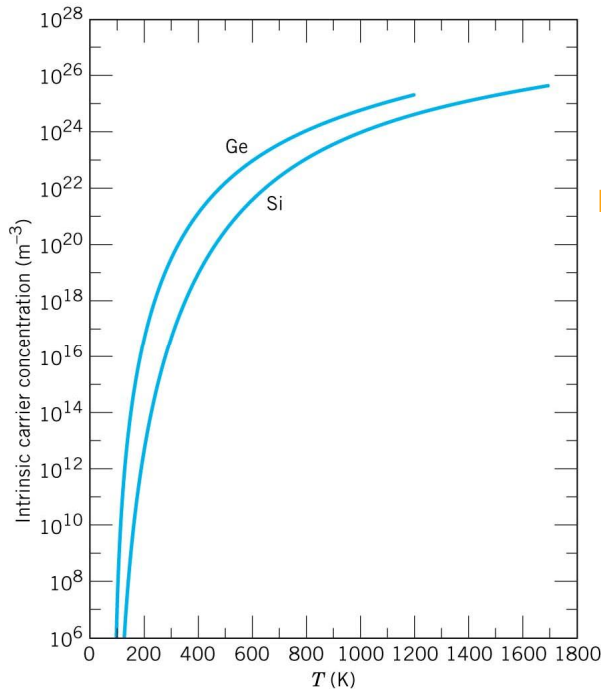


## 8.2.3 Konduktivitet



- Temperaturberoende kommer från antalet laddningsbärare som har ett liknande beroende

$$n_i \propto \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$



- För intrinsiska halvledare är antalet elektroner per volymenhet  $n$  samma som antalet hål  $p$

$$n = p = n_i$$





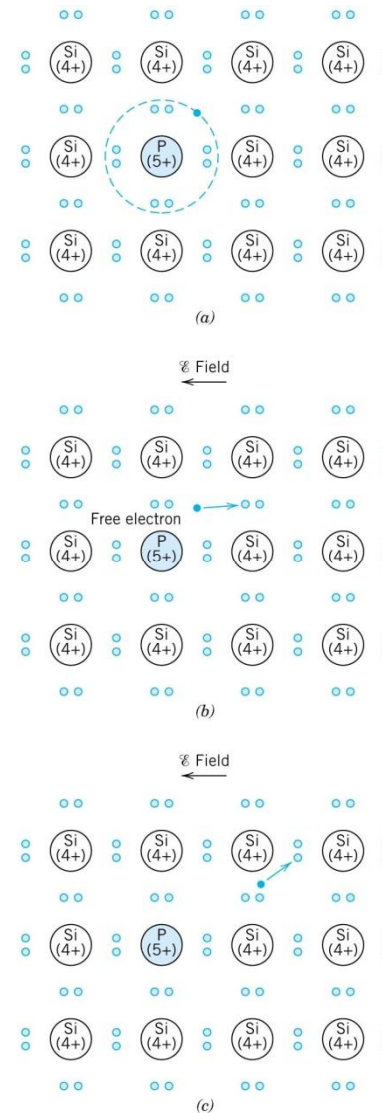
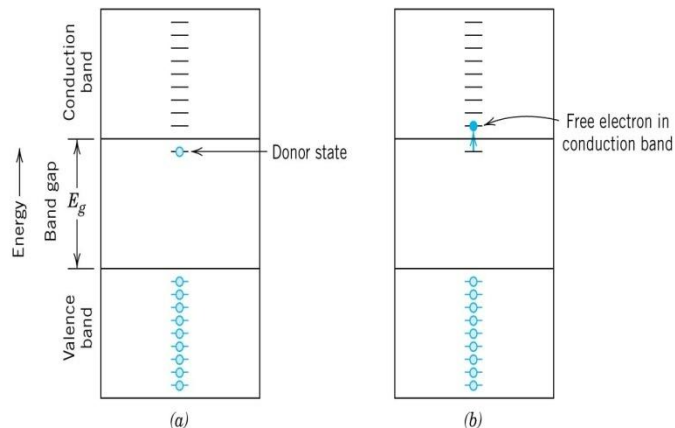
## 8.2.4 Dopning

- För att ändra på ledningsförmågan hos halvledare är det populärt att dopa en halvledare
  - Man tillägger en viss koncentration av ett specifikt ämne
  - Halvledaren blir *extrinsisk*
- Dopningen innebär att extra energinivåer uppstår
  - Antingen kan ämnen med fler elektroner tillsättas eller färre
  - Fler elektroner innebär *n*-dopning och färre *p*-dopning
    - Vid *p*-dopning kan man således tänka sig att man sätter till hål

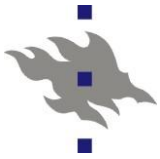


## 8.2.4 Dopning

- **N-dopning innebär att extra nivåer just under ledningsbandet bildas**
  - ”Donationsnivåer”
  - Elektronerna från dessa exciteras lätt

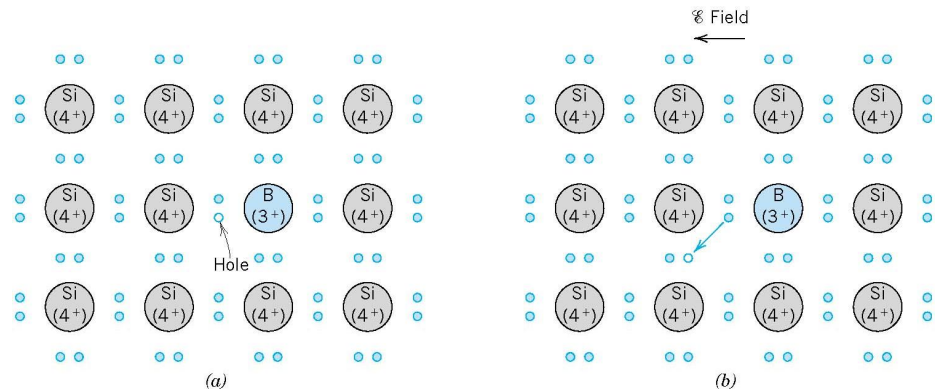
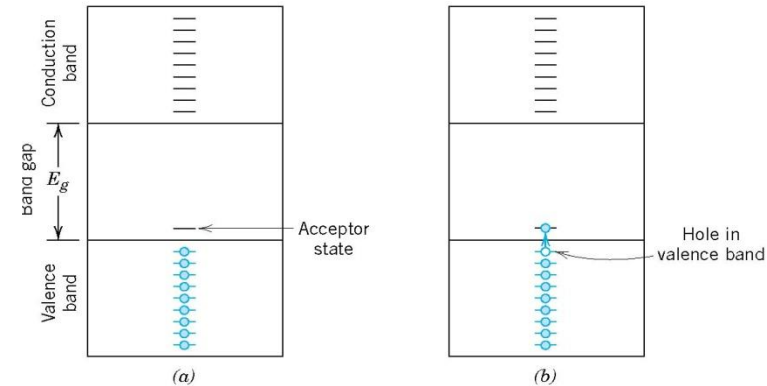


**FIGURE 18.11** Extrinsic *n*-type semiconductor model (electron bonding). (a) An impurity atom such as phosphorus, having five valence electrons, may substitute for a silicon atom. This results in an extra bonding electron, which is bound to the impurity atom and orbits it. (b) Excitation to form a free electron. (c) The motion of this free electron in response to an electric field.

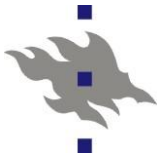


## 8.2.4 Dopning

- *P*-dopning innebär att extra nivåer just över valensbandet bildas
  - ”Acceptornivåer”
  - Hålen från valensbandet kan exciteras hit

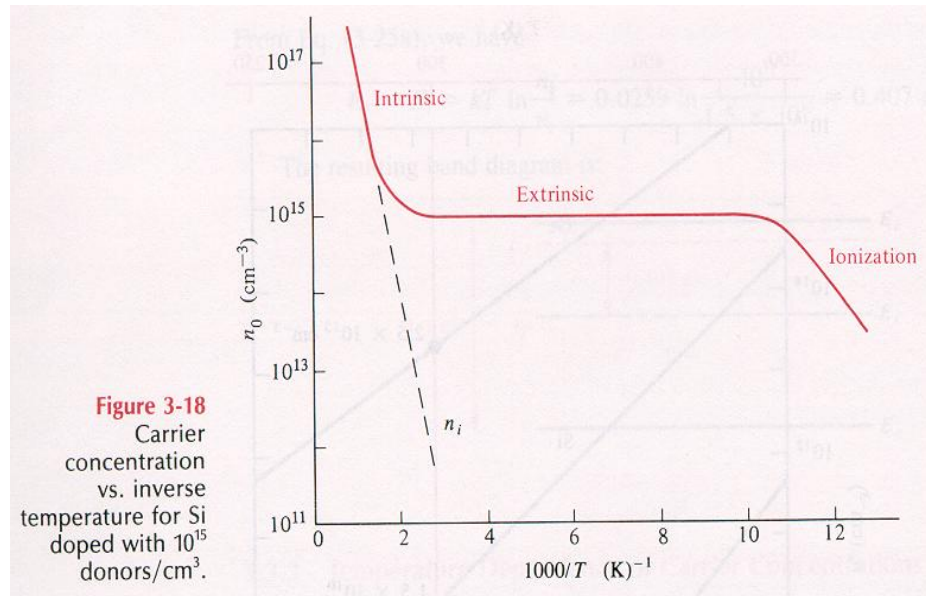


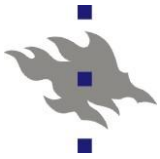
1



## 8.2.4 Dopning

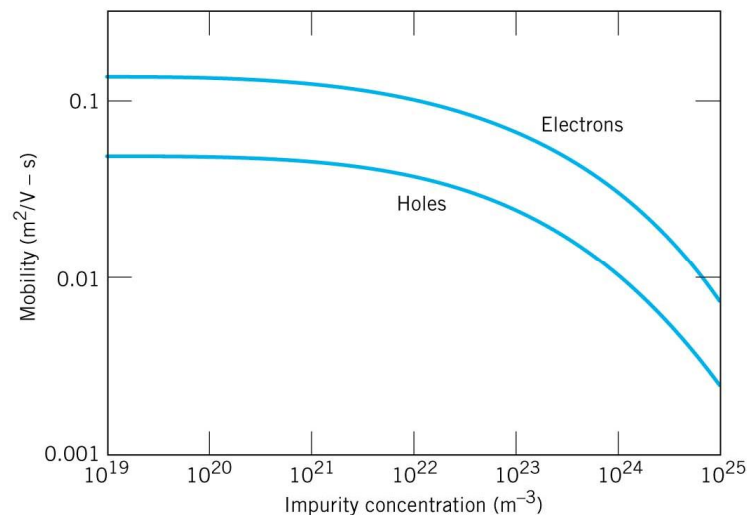
- Både intrinsiska och extrinsiska elektroner/hål står för ledningen beroende på temperaturen
  - Vid låga temperaturer (även RT) kan endast laddningsbärare från donator/acceptornivån exciteras

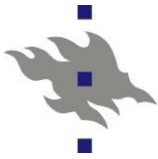




## 8.2.4 Dopning

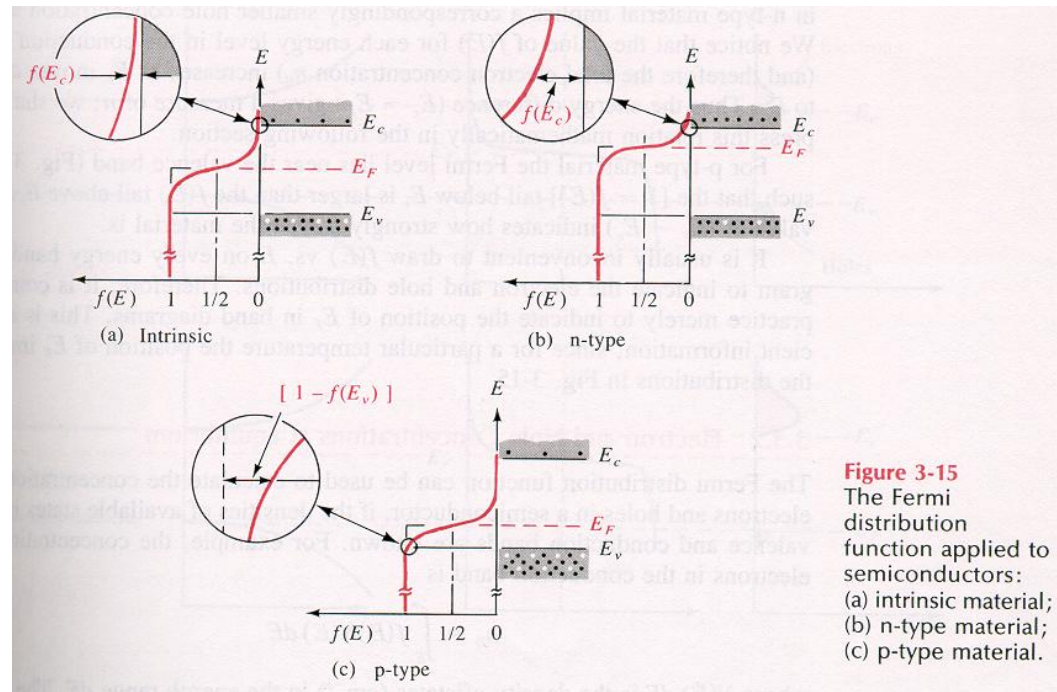
- Mobiliteten av laddningsbärarna beror på mängden orenheter som tillsätts
  - Krockar med orenheterna och med varandra
  - Ser också att hålmobiliteten alltid är lägre
- Mobiliteten minskar också med ökad temperatur
  - Samma orsaker som tidigare

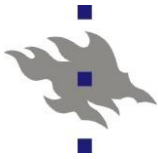




## 8.2.5 Fermifunktionen hos halvledare

- Fermidistributionen spelar också en viktig roll om man vill förstå halvledare
  - De extra tillsatta nivåerna skiftar Fermienergin
  - I intrinsiska halvledare befinner sig den i mitten av bandgapet ( $T > 0$ )





## 8.2.5 Fermifunktionen hos halvledare

- Man kan beräkna hur många elektroner som befinner sig i ledningsbandet

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} f(E)N(E) dE$$

$$n_0 = N_c f(E_c)$$

$$f(E_c) = \frac{1}{1 + e^{(E_c - E_F)/kT}} \approx e^{-(E_c - E_F)/kT}$$

$$n_0 = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT}$$

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

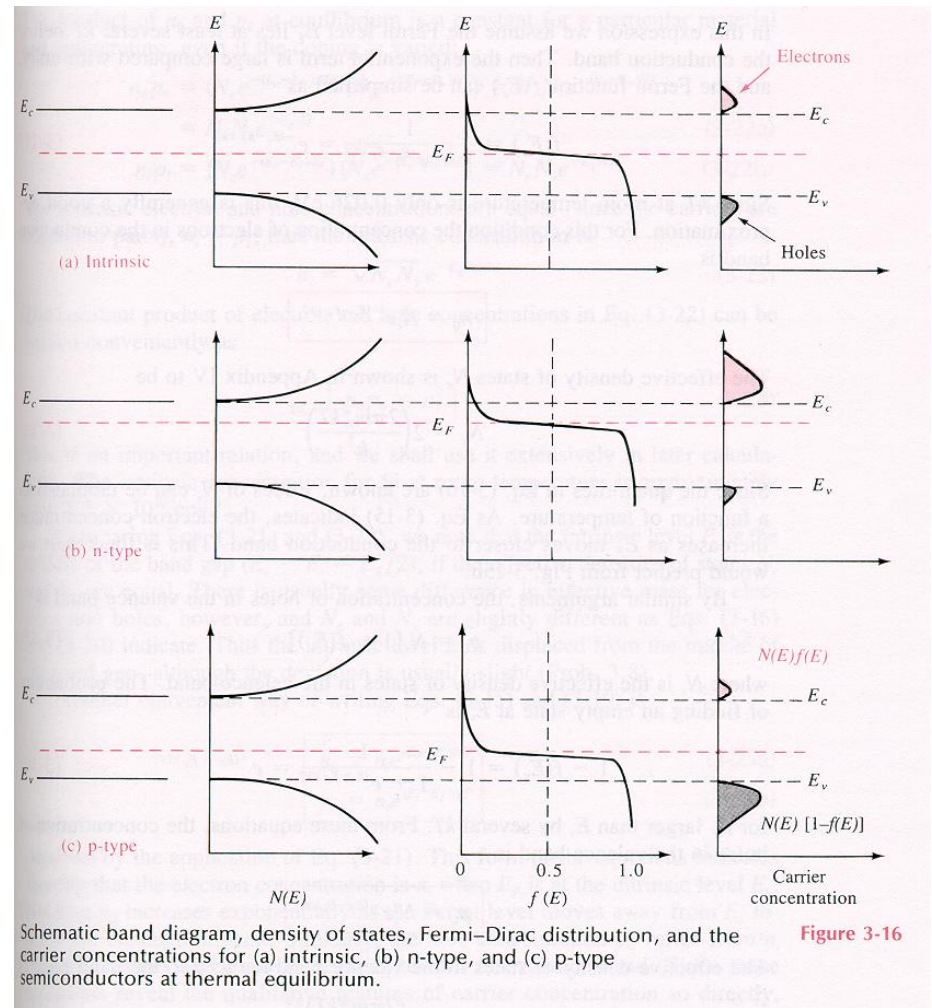
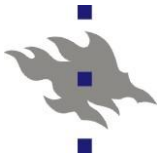


Figure 3-16



## 8.2.5 Fermifunktionen hos halvledare

- På samma sätt kan man också beräkna hur många hål som befinner sig i valensbandet

$$p_0 = N_v [1 - f(E_v)]$$

$$p_0 = N_v e^{-(E_F - E_v)/kT}$$

- Den effektiva elektronmassan och hålmassan beror på hur krökt lednings- respektive valensbandet är

