# ***Matematiikkakilpailut Suomessa***

Anne-Maria Ernvall-Hytönen

*Turun yliopisto*

Kerkko Luosto

*Helsingin yliopisto*

`Anne-Maria.Ernvall@utu.fi`

`Kerkko.Luosto@Helsinki.FI`

# *Kilpailutoiminnan tavoitteet*

*The aims of the* $43^{\mathrm{rd}}$ *IMO are:*

- *To discover, encourage and challenge mathematically gifted young people in all countries;*
- *To foster friendly international relationships among mathematicans of all countries;*
- *To create an opportunity for the exchange of information on school syllabuses and practice throughout the world.*

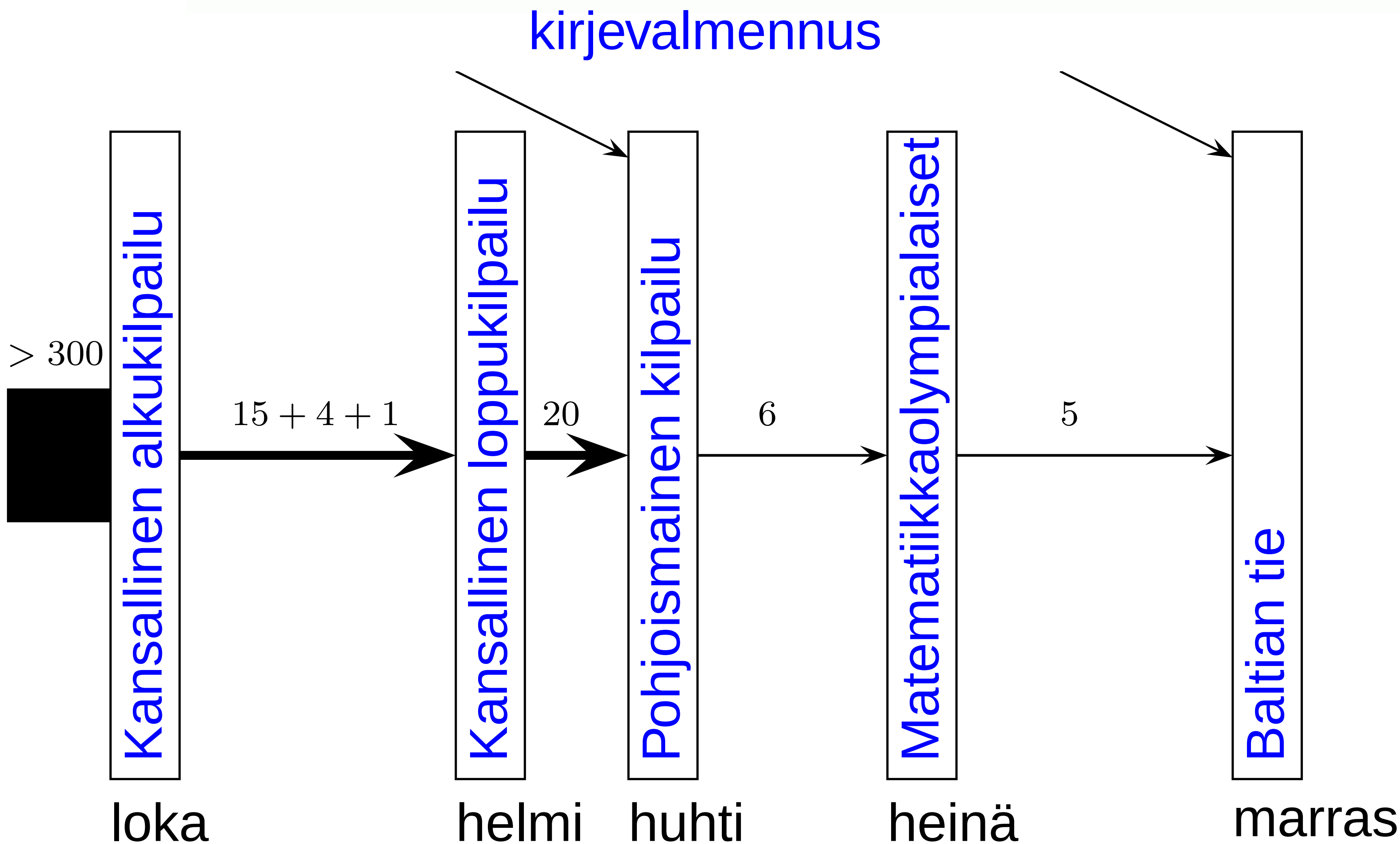
Ote vuoden 2002 matematiikkaolympialaisten säännöistä

# Matematiikkakilpailuja

Suomalaisten kannalta merkittävimmät matematiikan koululaiskilpailut ovat:

- Kansallinen MAOL:n kilpailu
  - alkukilpailu (avoin sarja, välisarja, perussarja)
  - loppukilpailu
- Pohjoismainen kilpailu
- Baltian tie (joukkuekilpailu)
- IMO eli matematiikkaolympialaiset

# *Kilpailukalenteri*



## *Tehtäväalat*

- Geometria
- Lukuteoria
- Algebra ja epäyhtälöt
- Kombinatoriikka

Suomalaisten menestys vaihtelee aloittain, parasta kombinatoriikassa, huonointa geometriassa.

# Algebraa ja epäyhtälöitä

*MAOL:n loppukilpailu 2005, 3. tehtävä*

Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} (x+y)^3 = z \\ (y+z)^3 = x \\ (z+x)^3 = y. \end{cases}$$

# Algebraa ja epäyhtälöitä

*Pohjoismainen kilpailu 1987, 4. tehtävä*

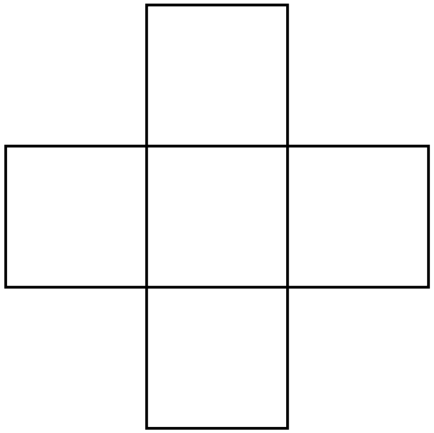
Olkoot $a$, $b$ ja $c$ positiivisia reaalilukuja. Todista, että

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \leq \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}.$$

# Kombinatoriikkaa

*MAOL:n alkukilpailu 2000, avoin sarja, 4. tehtävä*

$8 \times 8$-ruudukolle sijoitellaan kuvan mukaisia tähtikuvioita siten, että ruudukon ja tähtien ruudut asettuvat päällekkäin eivätkä tähdet peitä toisiaan. Tähtien sanotaan *tukkivan* ruudukon, jos ruudukolle ei voi sijoittaa enää lisää tähtiä. Mikä on pienin tähtimäärä, jolla ruudukon saa tukittua?



# Kombinatoriikkaa

*Matematiikkaolympialaiset 1992, 3. tehtävä*

Avaruudessa on annettuna yhdeksän pistettä, joista mitkään neljä eivät ole samassa tasossa. Pisteiden välisistä janoista täsmälleen $n$ kappaletta on väritetty sinisiksi tai punaisiksi, ja loput ovat värittämättömiä. Määritä pienin $n$, jolle välttämättä jotkin kolme sinistä tai kolme punaista janaa muodostavat yksivärisen kolmion.

# Geometriaa

*Pohjoismainen kilpailu 2005 4. tehtävä*

Ympyrä $\Gamma_1$ on ympyrän $\Gamma_2$ sisäpuolella, ja ympyrät sivuavat toisiaan pisteessä $A$. $A$:n kautta kulkeva suora leikkaa $\Gamma_1$:n myös pisteessä $B$ ja $\Gamma_2$:n myös pisteessä $C$. Ympyrän $\Gamma_1$ pisteeseen $B$ piirretty tangentti leikkaa $\Gamma_2$:n pisteissä $D$ ja $E$. Pisteen $C$ kautta kulkevat ympyrän tangentit sivuavat $\Gamma_1$:tä pisteissä $F$ ja $G$. Osoita, että pisteet $D$, $E$, $F$ ja $G$ ovat samalla ympyrällä.

*Matematiikkaolympialaiset 2000, 5. tehtävä*

Selvitä, onko olemassa sellaista kokonaislukua $n$, jolla on täsmälleen $2000$ alkutekijää ja joka jakaa luvun $2^n + 1$.

# Pistejakauma matematiikkaolympialaisissa

Vuosina $1995 - 2005$ suomalaiset ovat keskimäärin saaneet

- geometriassa $6{,}7/42$ pistettä, täydellisiä ratkaisuja $11/20 = 0{,}55$
- lukuteoriassa $7{,}6/42$ pistettä, täydellisiä ratkaisuja $4/15 \approx 0{,}27$
- algebrassa $9{,}7/42$ pistettä, täydellisiä ratkaisuja $9/15 = 0{,}6$
- kombinatoriikassa $16{,}5/42$ pistettä, täydellisiä ratkaisuja $21/16 \approx 1{,}3$

# *Baltian tie 2006*

Suomen matemaattisen yhdistyksen valmennusjaos järjestää Baltian tien 2006 Turussa 1.–5. 11. 2006.