

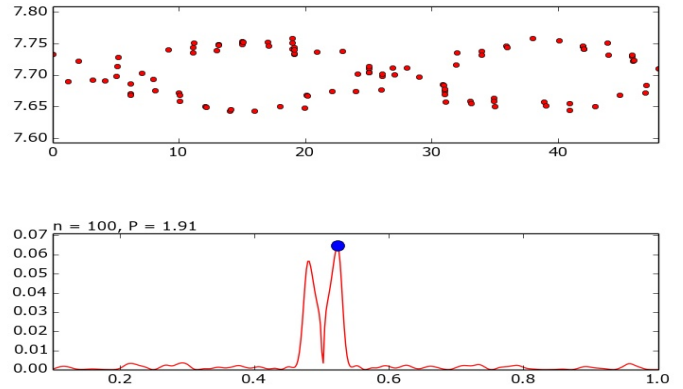
Tehospektri

Kotisivun laskuharjoituksen 7a tiedostossa `H7ainput.dat` on kaksi saraketta: Aikapisteet $t = t_i$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 100$) ja havainnot $y = y_i = y(t_i)$. Laskuharjoituksessa 7b pyydettiin kirjoittamaan tiedoston `H7ainput.dat` luvut `LATEX` taulukoksi, joka on samaa muotoa kuin `H7amodel.dat`. Siirrä tiedosto `H7amodel.dat` kotisivulta samaan hakemistoon kuin tämä `LATEX` dokumentti. Tuo "tiedosto sisään" dokumenttiin komentoriveillä

```
\begin{center}
\begin{scriptsize}
\begin{table}['b]
\caption[]{\text{Havaintoaika } $(t_{\mathrm{i}})$\} ja
havainto $(y_{\mathrm{i}})$\}
\begin{tabular}{rrrrrrrr}
\hline
$t_{\mathrm{i}}$ & $y_{\mathrm{i}}$ & & & & & & & \\
$t_{\mathrm{i}}$ & $y_{\mathrm{i}}$ & & & & & & & \\
$t_{\mathrm{i}}$ & $y_{\mathrm{i}}$ & & & & & & & \\
$t_{\mathrm{i}}$ & $y_{\mathrm{i}}$ & & & & & & & \\
\hline
\input{H7amodel.dat}
\hline
\end{tabular}
\label{data}
\end{table}
\end{scriptsize}
\end{center}
```

Taulukko 1: Havaintoaika (t_i) ja havainto (y_i)

t_i	y_i	t_i	y_i	t_i	y_i	t_i	y_i
0.01	7.73	13.15	7.75	24.12	7.70	34.95	7.66
1.20	7.69	14.05	7.64	25.01	7.71	35.03	7.65
2.05	7.72	14.09	7.65	25.04	7.71	35.93	7.75
3.13	7.69	14.99	7.75	25.06	7.71	36.01	7.74
4.16	7.69	15.02	7.75	25.08	7.71	37.98	7.76
5.03	7.70	15.03	7.75	25.99	7.68	38.93	7.66
5.14	7.71	15.10	7.75	26.06	7.70	39.05	7.65
5.17	7.73	16.00	7.64	26.10	7.70	40.07	7.75
6.15	7.67	17.00	7.75	26.93	7.71	40.91	7.64
6.16	7.69	17.08	7.75	27.05	7.70	40.93	7.66
6.17	7.67	17.98	7.65	28.05	7.71	41.97	7.75
7.04	7.70	18.97	7.76	29.02	7.70	42.01	7.75
7.98	7.69	19.00	7.75	30.92	7.68	42.03	7.74
8.07	7.68	19.01	7.74	30.93	7.68	42.04	7.74
9.15	7.74	19.09	7.74	31.01	7.67	42.93	7.65
9.99	7.67	19.12	7.73	31.05	7.67	43.91	7.75
10.06	7.66	19.12	7.74	31.06	7.68	43.97	7.73
10.06	7.67	19.14	7.74	31.11	7.66	44.92	7.67
11.12	7.74	19.98	7.65	31.92	7.72	45.89	7.73
11.12	7.74	20.12	7.67	32.03	7.74	45.91	7.73
11.15	7.75	20.14	7.67	33.08	7.66	45.99	7.72
12.08	7.65	20.95	7.74	33.10	7.66	46.01	7.72
12.15	7.65	22.08	7.67	33.95	7.74	46.93	7.67
12.97	7.74	22.98	7.74	33.97	7.73	46.99	7.68
13.10	7.75	24.00	7.67	34.94	7.66	47.98	7.71



Kuva 1: Yläosa; Havainnot, Alaosa; Tehospektri

Siirrä kuva `H10amalli.jpg` kotisivulta samaan hakemistoon kuin tämä `LATEX` dokumentti. Kuvan yläosassa esitetään havainnot esitetään ajan funktiona. Kuvatiedosto "on tuotu sisään" tähän `LATEX` dokumenttiin komendoilla

```
\begin{figure} [!t]
\includegraphics[width=10.0cm,height=6.0cm]
{H10aPmalli.jpg}
\caption[]{\text{Yläosa; Havainnot, Alaosa; Tehospektri}}
\label{kuvayksi}
\end{figure}
```

Tämän tehtävän päätavoitteena on selvittää, onko havainnoissa periodisuutta välillä $P_{\min} = 1$ ja $P_{\max} = 10$. Tämä ratkaistaan laskemalla Taulukon 1 havainnoille tehospektri. Ensinnä lasketaan havaintojen keskiarvo $m_y = [\sum y_i]/n$. Se vähennetään havainnoista eli saadaan $y'_i = y_i - m_y$. Tehospektrin arvo testattavalla frekvenssillä f_j on

$$z(f_j) = \frac{\{\sum_{i=1}^n y'_i \cos [2\pi f_j (t_i - \tau)]\}^2}{2 \sum_{i=1}^n \{\cos [2\pi f_j (t_i - \tau)]\}^2} + \frac{\{\sum_{i=1}^n y'_i \sin [2\pi f_j (t_i - \tau)]\}^2}{2 \sum_{i=1}^n \{\sin [2\pi f_j (t_i - \tau)]\}^2},$$

missä τ toteuttaa

$$\tan (4\pi f_j \tau) = \left[\sum_{i=1}^n \sin (4\pi f_j t_i) \right] \left[\sum_{i=1}^n \cos (4\pi f_j t_i) \right]^{-1}$$

Testattava frekvenssiväli on $f_{\min} = 1/P_{\max}$ ja $f_{\max} = 1/P_{\min}$. Etäisyys kahden riippumattoman testattavan frekvenssin välillä on $f_0 = 1/\Delta T$, missä $\Delta T = t_n - t_1$ eli havaintovälin koko pituus. Testattavien frekvenssien välisestä etäisyydestä tehdään kymmenen kertaa tiheämpi eli $f_{\text{step}} = f_0/\text{OFAC}$, missä $\text{OFAC} = 10$ (engl. Overfilling Factor). Testattavia frekvenssejä sopii testattavaan frekvenssiväliin

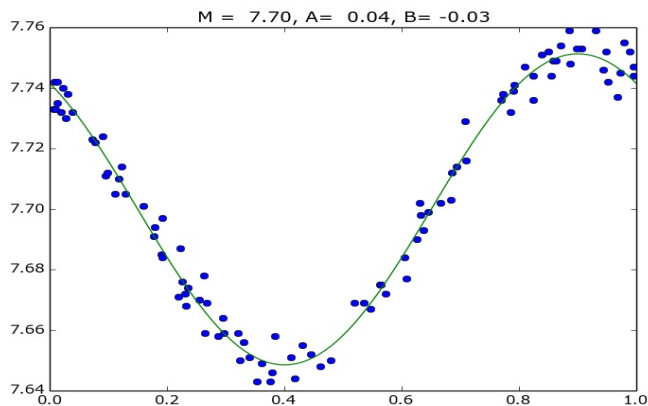
$$M = \text{INT}[(f_{\max} - f_{\min})/f_{\text{step}}]$$

kappaletta, missä INT poistaa argumentin desimaaliosan (Esim: $\text{INT}[1.23] = 1$). Tehospektri $z(f_j)$ lasketaan siis kaikki seuraaville frekvenssien arvoille

$$f_j = f_{\min} + j f_{\text{step}},$$

missä $j = 0, 1, 2, 3, \dots, M$.

Havaintojen tehospektri $z(f_j)$ esitetään Kuvan 1 alaosassa. Tehospektrin $z(f_j)$ korkein piikki on kohdassa $1/f_{\text{best}} = P_{\text{best}} = 1.91$. Tämä on paras periodi näille havainnoille.



Kuva 2: Havainnot vaiheen ϕ_i funktiona (siniset ympyrät), sekä niihin sovitettu malli (jatkuva vihreä viiva).

Havaintojen vaiheet frekvenssillä f_{best} ovat

$$\phi_i = \text{FRAC}[(t_i - t_0)f_{\text{best}}],$$

missä $t_0 = 0$ ja $\text{FRAC}[x]$ poistaa argumentin x kokonaislukuosan (Esim: $\text{FRAC}[21.34] = 0.34$).

Siirrä kuvatiedosto [H10bPmalli.jpg](#) kotisivulta samaan hakemistoon kuin tämä [L^AT_EX](#) dokumentti. Tässä kuvatiedostossa esitetään havainnot esitetään vaiheen ϕ_i funktiona. Siinä on sovitettu havaintoihin malli

$$g(t, \bar{\beta}) = M + A \cos(2\pi\phi_i) + B \sin(2\pi\phi_i),$$

missä vapaat parametrit ovat $\bar{\beta} = [M, A, B]$. Tämä pienimmän neliösumman sovituksen antama malli esitetään Kuvassa 2 jatkuvana vihreänä käyränä. Samassa kuvassa 2 annetaan myös vapaille parametreille M , A ja B saadut arvot. Kuva 2 on “tuotu sisään” tähän [L^AT_EX](#) dokumenttiin komennoilla

```
\begin{figure}[!t]
\includegraphics[width=10.0cm,height=6.0cm]
{H10bPmalli.jpg}
\caption[] {Havainnot vaiheen
 $\phi_{\mathrm{i}}$  funktiona (siniset ympyrät),
sekä niihin sovitettu malli (jatkuva vihreä viiva).}
\label{kuvakaksi}
\end{figure}
```

Tässä dokumentissa näytetyt Kuvat 1 ja 2 laaditaan [python](#):lla tai [octave](#):lla viimeisissä laskuharjoituksissa 10a ja 10b.